Studien zum Antwortverhalten des digitalen Kalorimeters EPICAL-2 in Simulationen

Masterarbeit am Institut für Kernphysik

vorgelegt von

Jan Schöngarth

Fachbereich Physik Goethe Universität Frankfurt

August 2024

1. Gutachter: Prof. Dr. Henner Büsching

2. Gutachter: Prof. Dr. Christoph Blume

Datum des Einreichens der Arbeit: 01. August 2024

Inhaltsverzeichnis

1	Ein	leitung	1					
2	The	eoretischer Hintergrund	3					
	2.1	Schauer elektromagnetischer Teilchen	3					
	2.2	Elektromagnetische Kalorimeter	6					
		2.2.1 Digitale Kalorimeter	7					
	2.3	Funktionsweise von MAPS	8					
3	EP	ICAL-2	10					
	3.1	Aufbau	10					
	3.2	Detektorantwort	11					
	3.3	Clustering-Algorithmus	12					
	3.4	Messprinzip und Energie-Proxies	12					
	3.5	Simulation	13					
4	Sign	nalstudie verschiedener Energie-Proxies	17					
	4.1	Signalverteilungen	17					
	4.2	Linearität	19					
	4.3	Energieauflösung	21					
	4.4	Korrelation der Energie-Proxies	23					
5	Ana	Analyse elektromagnetischer Schauer						
	5.1	Komposition der Schauerteilchen	25					
	5.2	Produktionsprozesse der Schauerteilchen	27					
	5.3	Winkelverteilung der Schauerteilchen	28					
	5.4	Schauerprofile	30					
		5.4.1 Longitudinale Profile	30					
		5.4.2 Laterale Profile	31					

	5.5	Dichte	e-Korrelation	33
6	Par	\mathbf{ametri}	sierung elektromagnetischer Schauer	37
	6.1	Eindir	nensionale Parametrisierung	37
		6.1.1	Parametrisierung des longitudinalen Profils	37
		6.1.2	Parametrisierung des lateralen Profils	39
		6.1.3	Lagenabhängigkeit der primären Parameter	40
		6.1.4	Energieabhängigkeit der sekundären Parameter	42
	6.2	Absch	ätzung der Energieverlusteffekte	44
	6.3	Zweid	imensionale Parametrisierung	47
7	Zus	amme	nfassung und Ausblick	54
\mathbf{A}	Anl	nang		56
Qι	ıelle	nverze	ichnis	56

1 Einleitung

In der Hochenergiephysik werden die fundamentalen Bausteine des Universums und deren grundlegenden Wechselwirkungen experimentell untersucht. Mit Teilchenbeschleunigern werden beispielsweise Elektronen, Protonen oder sogar Schwerionen auf nahezu Lichtgeschwindigkeit beschleunigt und zur Kollision gebracht. Bei solchen Kollisionen entstehen viele neue Teilchen, die mit Teilchendetektoren nachgewiesen werden. Verschiedene Arten von Detektoren sind darauf spezialisiert, verschiedene physikalische Eigenschaften von Teilchen nachzuweisen. Eine Art von Detektoren, die häufig für die Energiemessung von Teilchen verwendet wird, sind Kalorimeter. In modernen Experimenten der Hochenergiephysik kommen die neuesten Detektortechnologien zum Einsatz, um neue Teilchen oder Prozesse nachzuweisen, oder die Präzision von vorherigen Messungen zu erhöhen. Bei Kalorimetern stellt der Einsatz von monolithischen aktiven Pixelsensoren (MAPS) eine neue technologische Entwicklung dar, die aktuell erforscht wird. MAPS haben eine besonders gute Ortsauflösung und werden daher üblicherweise in Tracking-Detektoren verwendet. Ein Kalorimeter bestehend aus MAPS wird digitales Pixel-Kalorimeter genannt und soll Teilchen, die sich sehr nahe beieinander befinden, getrennt nachweisen können. Diese Technologie wird in zukünftigen Experimenten eingesetzt werden, in denen so hohe Teilchendichten erwartet werden, sodass konventionelle Kalorimeter nicht in der Lage sind, die Teilchen einzeln nachzuweisen. Ein Beispiel für ein neues Kalorimeter, das sowohl analoge als auch digitale Komponenten hat, ist das Forward Calorimeter (FoCal) [1]. Der FoCal-Detektor wird aktuell entwickelt und soll ab dem Jahr 2029 im ALICE-Experiment mit der Datennahme beginnen. Neben der Hochenergiephysik findet digitale Kalorimetrie auch Anwendung in der Medizin: Bei Protonen-Computertomografie ermöglicht ein digitales Kalorimeter die gleichzeitige Messung der Spur und Energie von Protonen [2]. Ein Prototyp eines digitalen Kalorimeters ist das elektromagnetische Pixel-Kalorimeter EPICAL-2, mit dem die Möglichkeiten dieser neuen Technologie erforscht werden. Der EPICAL-2-Detektor steht außerdem im Kontext zum

FoCal-Detektor, denn in beiden Detektoren kommt die gleiche MAPS-Technologie zum Einsatz und im FoCal-Detektor werden ähnliche Teilchendichten und Teilchenraten wie im EPICAL-2-Detektor erwartet. Daher sind die Erkenntnisse, die mit dem EPICAL-2-Detektor gewonnen werden, nicht nur wichtig für die Entwicklung von neuen digitalen Kalorimetern für zukünftige Experimente, sondern auch für den Erfolg des FoCal-Detektors. Mithilfe von Teststrahlmessungen und Simulationsstudien wird die Leistungsfähigkeit des EPICAL-2 erforscht.

In dieser Arbeit werden Studien zum Antwortverhalten des EPICAL-2-Detektors in Simulationen präsentiert. Mit Simulationen können die Schauerteilchen, die die Detektorantwort verursachen, untersucht werden. Die Detektorantwort wird mit der Teilchenantwort in Bezug auf Linearität und Energieauflösung verglichen. Dabei sollen Effekte identifiziert werden, die nicht auf physikalische Prozesse elektromagnetischer Schauer zurückzuführen sind, sondern auf die Detektorkonstruktion oder Messmethodik. Mithilfe der Teilcheninformation wird gezeigt, wie sich elektromagnetische Schauer im EPICAL-2 Detektor verhalten und welche Form sie im Mittel haben. Zuletzt werden Parametrisierungen dieser Form vorgestellt, mit dem Ziel ein analytisches Modell zu finden, das elektromagnetische Schauer in digitalen Kalorimetern beschreibt. Diese Arbeit soll helfen, die Entwicklung elektromagnetischer Schauer im EPICAL-2 und die daraus resultierende Detektorantwort besser zu verstehen.

2 Theoretischer Hintergrund

In der Hochenergiephysik kommen Teilchendetektoren zum Einsatz, die bestimmte Eigenschaften von Teilchen nachweisen können. Der Nachweis erfolgt durch physikalische Wechselwirkungen der Teilchen mit dem Detektormaterial, die zur Erzeugung von elektrischen Signalen führen. Durch Verarbeitung und Auswertung dieser Signale können bestimmte physikalische Größen der Teilchen bestimmt werden.

In dieser Arbeit werden Analysen zum Verhalten von Teilchen in elektromagnetischen Teilchenschauern im digitalen elektromagnetischen Pixelkalorimeter EPICAL-2 und dessen Antwortverhalten in Simulationen präsentiert. In diesem Kapitel werden die physikalischen Grundlagen erläutert, die notwendig sind, um zu verstehen, wie elektromagnetische Teilchenschauer entstehen und wie der Messprozess eines digitalen Pixelkalorimeters abläuft¹.

2.1 Schauer elektromagnetischer Teilchen

Treffen hochenergetische Elektronen, Positronen oder Photonen auf den EPICAL-2-Detektor, erzeugen sie durch Bremsstrahlung und Paarerzeugung einen Schauer sekundärer Teilchen. Diese Art von Teilchenschauer wird als elektromagnetischer Schauer bezeichnet, da die involvierten Wechselwirkungen elektromagnetische Prozesse sind. Bremsstrahlung entsteht, wenn ein elektrisch geladenes Teilchen am elektrischen Feld eines Atoms gestreut wird. Paarerzeugung beschreibt den Prozess, bei dem ein Photon im elektrischen Feld eines Atomkerns in ein Elektron-Positron-Paar umgewandelt wird. Das Teilchen, das auf den EPICAL-2-Detektor trifft und einen elektromagnetischen Schauer initiiert, wird als primäres Teilchen bezeichnet. Bei den sekundären Teilchen handelt es sich um Elektronen, Positronen und Photonen, die eine geringere Energie als das primäre Teilchen besitzen. Diese sekundären Teilchen können selbst weitere sekundäre Teilchen mit noch geringerer kinetischer Energie erzeugen.

¹Dieses Kapitel basiert auf [3]

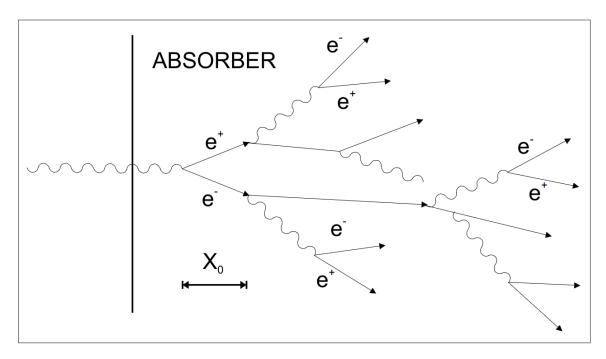


Abbildung 2.1: Entwicklung eines elektromagnetischen Schauers in dichter Materie [4].

In Abbildung 2.1 wird dargestellt, wie ein primäres Photon einen elektromagnetischen Schauer im Absorber eines Detektors erzeugt. Absorber bestehen aus dichter Materie und werden in Detektoren wie dem EPICAL-2-Detektor eingesetzt, um die Produktion sekundärer Teilchen zu fördern.

Elektromagnetische Schauer werden durch verschiedene charakteristische Größen beschrieben, die im Folgenden erläutert werden. Diese Größen sind wichtig für die Konstruktion von elektromagnetischen Kalorimetern. Da Elektronen und Positronen in elektromagnetischen Schauern identische Eigenschaften haben, wird im Folgenden der Fokus auf Elektronen gelegt. Die beschriebenen Prozesse und Eigenschaften gelten ebenfalls für Positronen.

Bewegen sich Elektronen durch Materie, verlieren sie Energie durch Ionisation und Bremsstrahlung. Die Bethe-Bloch-Formel beschreibt den mittleren Energieverlust $\frac{dE}{dx}$ pro Wegstrecke durch Ionisation [5]. Der mittlere Energieverlust pro Wegstrecke durch

Bremsstrahlung wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = -\frac{E}{X_0} \,.
\tag{2.1}$$

Die Strahlungslänge X_0 bezeichnet die Wegstrecke, nach der die Energie eines Elektrons im Mittel auf 1/e ihres ursprünglichen Wertes gesunken ist. X_0 entspricht außerdem 7/9 der mittleren freien Weglänge für Paarerzeugung. Daher wird im Kontext elektromagnetischer Schauer die Wegstrecke x üblicherweise mit X_0 skaliert:

$$t = \frac{x}{X_0} \,. \tag{2.2}$$

 X_0 ist eine Materialabhängige Größe. Daher wird die Länge bzw. Tiefe von elektromagnetischen Kalorimetern üblicherweise mit t angegeben, um verschiedene Detektoren, die aus unterschiedlichen Materialien bestehen, vergleichen zu können.

Die kritische Energie E_k beschreibt die Energie von Elektronen, bei der der Energieverlust durch Bremsstrahlung dem Energieverlust durch Ionisation entspricht. Bei Teilchenenergien oberhalb von E_k überwiegt der Energieverlust durch Bremsstrahlung. In einem vereinfachten Modell von Heitler [6] wird angenommen, dass Elektronen und Photonen nur durch Bremsstrahlung und Paarbildung wechselwirken, bis sie die kritische Energie E_k erreichen. Unterhalb von E_k findet der Energieverlust der Elektronen ausschließlich durch Ionisation statt. Mit der weiteren Annahme, dass die Prozesse jeweils nach einer Strahlungslänge stattfinden, ergibt sich der folgende Zusammenhang für die maximale Anzahl $N_{\rm max}$ der Schauerteilchen mit E_k und der Anfangsenergie E_0 des primären Teilchens:

$$N_{\text{max}} = \frac{E_0}{E_k} \,. \tag{2.3}$$

Die Proportionalität von N_{max} zu E_0 ermöglicht eine Energiemessung durch Zählen der Schauerteilchen. In digitalen Kalorimetern wie dem EPICAL-2-Detektor wird dieses

Prinzip angewendet, wie in Kapitel 4 gezeigt wird.

Der Molière-Radius R_M beschreibt den Radius eines Zylinders, in dem 90 % der Energie des Schauers deponiert wird und bestimmt somit die laterale Schauerausdehnung.

2.2 Elektromagnetische Kalorimeter

Für die Energiemessung hochenergetischer Teilchen werden Kalorimeter eingesetzt. Diese Messung ist destruktiv, da die Teilchen ihre Energie an den Detektor abgeben und gestoppt werden. Dabei wird ein Signal proportional zur Energie des Teilchens erzeugt. Elektromagnetische Kalorimeter (ECAL) im Speziellen werden zur Energiemessung von Elektronen, Positronen und Photonen verwendet, die im Detektor einen elektromagnetischen Schauer erzeugen. Die Schauerteilchen deponieren ihre Energie hauptsächlich durch Ionisation im Detektor.

Bei ECALs wird unterschieden zwischen homogenen Kalorimetern und Sampling-Kalorimetern: Homogene Kalorimeter bestehen aus einem aktiven Material, in dem sowohl die Schauerbildung als auch die Signalbildung stattfinden. Sampling-Kalorimeter dagegen bestehen aus passivem Material für die Schauerbildung und aktivem Material für die Signalerzeugung. Die Dichte des passiven Materials ist üblicherweise deutlich größer als die des aktiven Materials.

Der EPICAL-2-Detektor ist ein sogenanntes Sandwich-Kalorimeter. Dabei handelt es sich um eine Bauart von Sampling-Kalorimetern mit einer alternierenden Anordnung von aktiven Sensoren und passiven Konverterplatten. Die deponierte Energie in allen Lagen des aktiven Materials tragen einen Teil zum Gesamtsignal bei.

Um zusätzlich zur Energie auch die laterale Position des elektromagnetischen Schauers zu bestimmen, werden Kalorimeter üblicherweise in lateraler Richtung segmentiert. Die Feinheit der lateralen Segmentierung wird als Granularität bezeichnet. Für eine genaue Ortsbestimmung sollte die Granularität in der Größenordnung des Molière-Radius oder darunter liegen. Insbesondere im Fall, dass sich mehrere Schauer gleichzeitig in einem Kalorimeter ausbreiten, ist eine feine Segmentierung vorteilhaft, um diese trennen zu können. Im Fall von Sandwich-Kalorimetern ist auch eine longitudinale Positionsbestimmung möglich.

Zwei wichtige Parameter für Kalorimeter sind die Energieauflösung und die Linearität.

Die Energieauflösung $\frac{\sigma_E}{E}$ beschreibt, wie genau die Energie E gemessen werden kann. Die Energieauflösung wird durch folgende Formel beschrieben:

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\frac{a^2}{E} + \frac{b^2}{E^2} + c^2} \tag{2.4}$$

Stochastische Fluktuationen bei der Schauerentwicklung werden durch den Parameter a beschrieben. Der Parameter b beschreibt Rauschen der Elektronik. Der Parameter c stellt einen konstanten Term dar, der von Unregelmäßigkeiten in der Konstruktion oder von Fluktuationen der Leckverluste verursacht wird. Das Signal eines elektromagnetischen Kalorimeter steigt idealerweise linear mit der Energie an. Eine gute Linearität ist wichtig für möglichst genaue Energiemessungen in einem großen Energiespektrum. Die Energieauflösung und Linearität des EPICAL-2-Detektors werden in Kapitel 4 gezeigt.

2.2.1 Digitale Kalorimeter

Das Besondere am EPICAL-2-Detektor ist, dass es ein digitales elektromagnetisches Kalorimeter ist. Bei digitalen Kalorimetern (DCAL) werden üblicherweise Siliziumchips als aktives Material eingesetzt. DCALs werden als Sandwich-Kalorimeter konstruiert, mit mindestens einem Sensor in einer Detektorlage.

Während bei analogen Kalorimetern beispielsweise die deponierte Energie gemessen wird, erfolgt bei digitalen Kalorimetern die Energiemessung durch das Zählen der Schauerteilchen. Die Siliziumchips bestehen aus vielen Pixeln, in denen einzelne Schauerteilchen digitale Signale erzeugen.

Gegenüber konventionellen Kalorimetern weisen DCALs üblicherweise eine viel feinere Granularität in der Größenordnung von ~10 µm auf. Daraus folgen eine sehr gute Ortsauflösung und die Möglichkeit, mehrere Schauer, die sich nah beieinander befinden, getrennt zu messen. Die Granularität ist fein genug, um in Kombination mit der Sandwich-Konstruktion detaillierte Studien zur Schauerentwicklung und der dreidimensionalen Form der Schauer zu ermöglichen. In Kapitel 5 werden die laterale Form und longitudinale Form von elektromagnetischen Schauer im EPICAL-2-Detektor diskutiert.

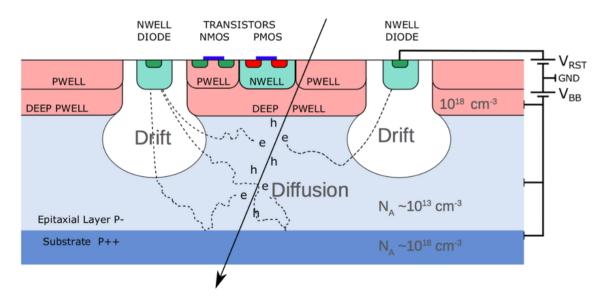


Abbildung 2.2: Grafik des Querschnitts von zwei Pixeln des ALPIDE [7].

2.3 Funktionsweise von MAPS

Monolithic Active Pixel Sensors (MAPS) werden üblicherweise als Tracking Detektor verwendet [8] und kommen neuerdings in digitalen Kalorimetern wie dem EPICAL-2-Detektor zum Einsatz. Sie vereinen die Ausleseelektronik und die Ladungssammlung in einem Bauteil und sind dadurch besonders kompakt. Hohe Strahlungsresistenz [9] und gute Ortsauflösung ermöglichen den Einsatz von MAPS bei hohen erwarteten Teilchendichten.

In der Regel bestehen MAPS aus drei verschiedenen Schichten: ein Substrat, eine Epitaxieschicht und eine CMOS-Schicht. Das Substrat und die Epitaxieschicht bestehen aus jeweils unterschiedlich dotiertem Silizium. Die Epitaxieschicht wird auf das Substrat aufgewachsen und stellt das aktive Volumen dar. Die CMOS-Schicht beinhaltet die Schaltkreise, die für die Signalverarbeitung und -auslese zuständig sind. Ein Beispiel für MAPS ist der für das ALICE Inner-Tracking-System [10] entwickelte ALICE Pixel Detector (ALPIDE), der auch im EPICAL-2-Detektor verwendet wird. Der Aufbau und die Funktionsweise des ALPIDE ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Elektrisch geladene Teilchen erzeugen Elektron-Loch-Paare in der sogenannten Epitaxieschicht. Diese Ladungsträger können innerhalb der Epitaxieschicht frei diffundie-

ren, bis sie auf das Driftvolumen eines Pixels treffen. Jeder Pixel besteht aus einer Sammeldiode, die ein elektrisches Feld induziert, das die Elektronen anzieht. Die Ladungssammlung erfolgt also durch eine Kombination aus Diffusions- und Driftbewegung. Die gesammelte Ladung erzeugt zunächst ein analoges Signal, das ein digitales Signal auslöst, sobald ein Schwellenwert überschritten wird. Alle Pixel, bei denen der Schwellenwert überschritten wird, zählen als getroffen. Die digitalen Signale werden ausgelesen und die Positionen der Pixeltreffer gespeichert.

Wird ein Pixel getroffen, bedeutet das folglich, dass sich ein elektrisches Teilchen in der Nähe des Pixels durch den Chip bewegte. Allerdings ist es auch möglich, dass mehrere Teilchen Ladungsträger erzeugen, die an der gleichen Diode gesammelt werden und somit zum gleichen Pixeltreffer beitragen. Die freie Diffusion der Ladungsträger in der Epitaxieschicht führt zu sogenanntem Charge-Sharing: Mehrere benachbarte Pixel können genügend Ladung sammeln, um als Treffer zu zählen, auch wenn nur ein einzelnes Teilchen die Ladungsträger erzeugt hat. Eine Gruppe benachbarter Pixel wird Cluster genannt. Bewegen sich mehrere Teilchen mit sehr kleinem Abstand durch einen Chip, können die Cluster verschmelzen. Dieser Effekt wird Cluster-Merging genannt und führt dazu, dass mehrere Teilchen einen gemeinsamen Cluster erzeugen. Wird der Schwerpunkt eines Clusters als Ortsinformation verwendet, verbessert sich die Ortsauflösung von MAPS im Vergleich zur Ortsbestimmung anhand einzelner Pixeltreffer.

Treffen hochenergetische Elektronen, Positronen oder Photonen auf den EPICAL-2-Detektor, erzeugen sie elektromagnetische Schauer. Die elektrisch geladenen Schauerteilchen erzeugen Ladungsträger in den ALPIDE-Sensoren, die Pixeltreffer erzeugen. Der genaue Aufbau des EPICAL-2 und die Messmethodik mit den Pixeltreffern wird im folgenden Kapitel erläutert.

3 EPICAL-2

Der EPICAL-2-Detektor ist ein Prototyp eines digitalen elektromagnetischen Pixel-Kalorimeters, mit dem Ziel, die Möglichkeiten und Vorteile digitaler Kalorimetrie zu demonstrieren [11]. Außerdem soll im Kontext der Entwicklung des ALICE-FoCal-Detektors geprüft werden, wie gut die ALPIDE-Sensoren für Kalorimetrie geeignet sind.

In dieser Arbeit werden Simulationsstudien mit dem EPICAL-2 präsentiert. Die Detektorsignale verschiedener sogenannter Energie-Proxies werden analysiert. Deshalb wird in diesem Kapitel der Aufbau des EPICAL-2 erläutert, die Detektorantwort und die Energie-Proxies werden definiert und die Simulation wird beschrieben.

3.1 Aufbau

Beim EPICAL-2 handelt es sich um ein Kalorimeter mit Silizium-Wolfram-Sandwich-Design. EPICAL-2 besteht aus 24 identischen Lagen aus jeweils 3 mm dicken Wolfram-Platten und je zwei nebeneinander angeordneten ALPIDE-Sensoren. Außerdem befinden sich in jeder Lage Kabel für die Stromversorgung und Datenauslese. Neben den ALPIDE-Sensoren befinden sich $0.5\,\mathrm{mm}$ dicke Wolfram-Abstandshalter. Eine Grafik des EPICAL-2 wird in Abbildung 3.1 gezeigt und der Aufbau einer einzelnen Lage wird in Abbildung 3.2 dargestellt. Die Lagen sind so angeordnet, dass sich vor den ersten zwei ALPIDE-Sensoren kein Absorber befindet. Die aktive Fläche des EPICAL-2 beträgt ca. $3\times3\,\mathrm{cm}^2$ und jede Lage ist $3.5\,\mathrm{mm}$ dick. Daraus ergibt sich für das gesamte EPICAL-2 eine longitudinale Ausdehnung von ca. $20\,\mathrm{Strahlungslängen}$.

Die ALPIDE-Sensoren haben eine Fläche von $1.5 \times 3 \text{ cm}^2$ und setzen sich aus 1024×512 Pixeln mit einer Fläche von jeweils $29.24 \times 26.88 \,\mu\text{m}^2$ zusammen. Aus dieser Pixelgröße ergibt sich eine sehr hohe Granularität. Die Dicke beträgt $50 \,\mu\text{m}$ [7].

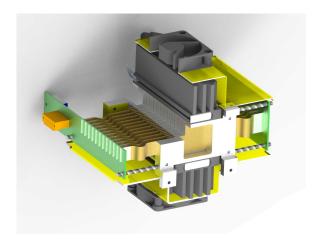


Abbildung 3.1: Grafik des EPICAL-2 Prototypen [11].

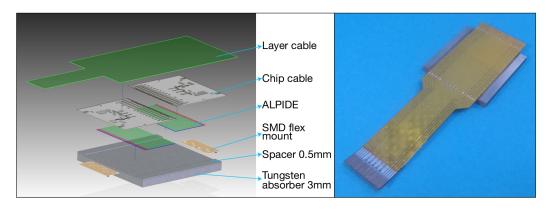


Abbildung 3.2: Aufbau einer einzelnen EPICAL-2-Lage [11].

3.2 Detektorantwort

Die Detektorantwort des EPICAL-2 ist definiert als die Anzahl und Position der Pixeltreffer oder Cluster in jeder Lage und daraus abgeleitete Größen. Ein Pixeltreffer wird üblicherweise auch Hit oder Pixelhit genannt. Die Pixeltreffer werden Clustern mit einem Clustering-Algorithmus, der im folgenden Abschnitt beschrieben wird, zugeordnet. Die Cluster stellen eine alternative Observable zu den Pixeltreffern dar, die weniger anfällig gegenüber statistische Fluktuationen ist. Allerdings sind Cluster, wie in Abschnitt 2.3 erläutert, von Cluster-Merging betroffen. Während normalerweise jedes Elektron oder Positron einen Cluster erzeugt, kann Cluster-Merging dazu führen,

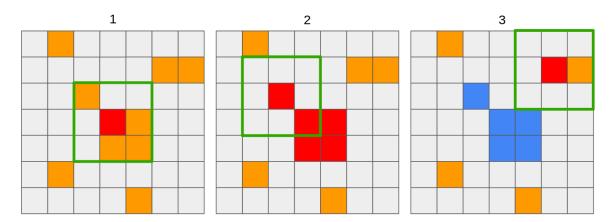


Abbildung 3.3: Grafische Darstellung des Clustering-Algorithmus.

dass mehrere Teilchen nur einen Cluster erzeugen. Dieser Effekt wird mit zunehmender Teilchendichte verstärkt.

3.3 Clustering-Algorithmus

Der in dieser Arbeit verwendete Clustering-Algorithmus (Clusterizer) ist ein geometrischer Algorithmus. In Abbildung 3.3 ist das Funktionsprinzip des Clusterizers dargestellt. In Schritt 1 wird ein Pixeltreffer ausgewählt und als Startpunkt eines Clusters verwendet (rot). In den acht nächsten umliegenden Pixeln (grüner Rahmen) wird nach weiteren Pixeltreffern (orange) gesucht. In Schritt 2 werden diese Pixeltreffer dem Cluster zugeordnet (rot). Die acht nächsten umliegenden Pixel der Pixeltreffer, die dem Cluster in diesem Schritt hinzugefügt werden, werden ebenfalls auf Pixeltreffer überprüft (grüner Rahmen). Werden keine weiteren Pixeltreffer dem Cluster zugeordnet, liegt der finale Cluster vor (blau). In Schritt 3 wiederholt sich der Vorgang für die restlichen Pixeltreffer, die noch keinem Cluster zugeordnet sind.

3.4 Messprinzip und Energie-Proxies

Als grundlegende Voraussetzung für die Energiemessung mit dem EPICAL-2 wird angenommen, dass die Anzahl der Schauerteilchen $N_{\rm part}$ proportional zur kinetischen

Energie $E_{\rm prim}$ des primären Teilchens zunimmt, wie in Abschnitt 2.1 beschrieben. Allerdings erzeugen Photonen im Allgemeinen keine Pixelhits und nur die elektrisch geladenen Schauerteilchen, die Elektronen und Positronen, werden nachgewiesen. Es wird angenommen, dass die Anzahl $N_{e^{\pm}}$ der Elektronen und Positronen proportional zu $N_{\rm part}$ und somit zu $E_{\rm prim}$ ansteigt. Die Anzahl $N_{\rm hits}$ der Pixelhits oder die Anzahl $N_{\rm clus}$ der Cluster steigt dann proportional zu $N_{e^{\pm}}$ an. Diese Zusammenhänge sind wichtig für die Energiemessung mit dem EPICAL-2 und in folgender Gleichung dargestellt:

$$E_{\rm prim} \sim N_{\rm part} \sim N_{e^{\pm}} \sim \begin{cases} N_{\rm hits} \\ N_{\rm clus} \end{cases}$$
 (3.1)

Die Pixelhits und Cluster stellen folglich ein Maß für die kinetische Energie des primären Teilchens dar.

In Simulationen sind zusätzlich auch $N_{\rm part}$ und $N_{e^{\pm}}$ zugängliche Größen und können für die Energiemessung verwendet werden. In dieser Arbeit wird $N_{e^{\pm}}$ als zusätzliches Maß für die Energie verwendet, weil die Elektronen und Positronen die Pixelhits und Cluster erzeugen und $N_{e^{\pm}}$ eine interessante Vergleichsgröße darstellt. Alle Observablen und Teilchen, die in dieser Arbeit für die Energiemessung verwendet werden, werden als Energie-Proxies bezeichnet. Die Energie-Proxies sind die Pixelhits, die Cluster und die Elektronen und Positronen. Die Elektronen und Positronen haben bis auf die elektrische Ladung die gleichen physikalischen Eigenschaften, weshalb beide Teilchen kombiniert betrachtet werden.

3.5 Simulation

Mit dem EPICAL-2 wurden Teststrahl-Messungen am DESY [11] und CERN-SPS [12] durchgeführt. Zum Vergleich der Messdaten mit Monte-Carlo Simulationen wird das Allpix²-Framework verwendet. Beim Allpix²-Framework handelt es sich um eine modulare Software zur Simulation von Siliziumdetektoren [13]. Eine Optimierung der Parameter der Allpix²-Module wurde in [14] präsentiert, um die Teststrahl-Daten möglichst genau zu beschreiben. In dieser Arbeit werden die Simulationsdaten von [14] verwendet. Im Folgenden werden die einzelnen Simulationsschritte erläutert.

In Abbildung 3.4 wird das Koordinatensystem dargestellt, mit dem das EPICAL-2

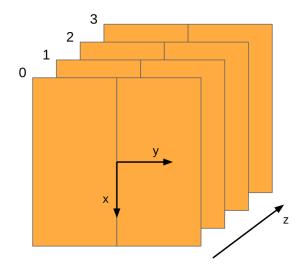


Abbildung 3.4: Koordinatensystem des EPICAL-2 mit vier Lagen als Beispiel.

in Allpix² implementiert ist. Die Detektorlagen befinden sich parallel zur x-y-Ebene und die ALPIDE-Sensoren sind parallel zur x-Achse ausgerichtet. Die Lücke zwischen den beiden ALPIDE-Sensoren beträgt $100\,\mu\mathrm{m}$. Das EPICAL-2 ist parallel zur z-Achse positioniert. Der z-Wert beschreibt folglich die Detektortiefe, die mit der Lagennummer angegeben wird. Lage 0 bezeichnet die erste Lage des EPICAL-2, auf die ein Teilchen trifft. Als Umgebungsmaterial wird Luft eingestellt, da sich das EPICAL-2 bei Teststrahlmessungen in Luft befand.

Ein Strahl einzelner Elektronen wird simuliert, der, ähnlich wie bei den Teststrahlmessungen, geradlinig auf das EPICAL-2 trifft. Die simulierten Elektronen treffen an einer zufälligen Position innerhalb einer $16 \times 16 \text{ mm}^2$ großen quadratischen Fläche, deren Zentrum sich im Zentrum von Lage 0 befindet, auf das EPICAL-2. Die kinetischen Energien der Elektronen entsprechen den Strahlenergien am DESY und CERN-SPS. Die kinetischen Energien E_{prim} und die Anzahl N_{evt} der simulierten Events sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Die Energien 1 GeV bis 5.8 GeV entsprechen den Strahlenergien am DESY und die Energien 20 GeV bis 80 GeV den Strahlenergien am CERN-SPS. Für alle DESY-Energien wurden jeweils 20^4 Events und für alle SPS-Energien wurden jeweils 10^4 Events simuliert.

Mit Allpix² wird der gesamte Prozess der Schauerentwicklung bis zur Erzeugung der

E_{prim} (GeV)										
$N_{\rm evt} / 1000$	20	20	20	20	20	20	10	10	10	10

Tabelle 3.1: Übersicht über die kinetischen Energien E_{prim} der primären Elektronen und die Anzahl N_{evt} der simulierten Events.

digitalen Signale in den Pixeln simuliert. Mit Geant4 werden die physikalischen Prozesse wie Bremsstrahlung und Paarbildung simuliert, die grundlegend für die Schauerentwicklung sind. In der Epitaxieschicht der ALPIDE-Chips wird die Deponierung der Ladungsträger und deren Diffusion- und Driftbewegung simuliert. Zuletzt wird die Ladungssammlung an den Dioden der Pixel und die Erzeugung des digitalen Signals simuliert. Aufgrund der großen Anzahl der Ladungsträger können diese in Gruppen propagiert werden, um die Simulationsdauer zu reduzieren. Für eine möglichst genaue Beschreibung der Diffusionsbewegung wird das Doping-Profil der ALPIDEs implementiert. Die Driftbewegung wird durch das elektrische Feld der Pixel bestimmt. Zur Bestimmung des Feldes wurden Technology Computer-Aided Design (TCAD) Simulationen durchgeführt [15] und das Feld wird an jedem Pixel in der Simulation eingefügt. Der Schwellenwert, ab dem ein Treffer an einem Pixel vorliegt, wird zufällig aus einer Gaußverteilung ermittelt, die einen Mittelwert von $\mu_{\rm thr}=82\,{\rm e}$ und eine Standardabweichung von $\sigma_{\text{thr}} = 20 \,\text{e}$ hat. Diese Werte sind in Einheiten von Elementarladungen e angegeben. Elektronisches Rauschen wird ebenfalls mit einer Zufallszahl simuliert. Aus einer Gaußverteilung mit $\mu_{\text{noise}} = 0$ und $\sigma_{\text{noise}} = 20$ e wird eine Zufallszahl gezogen und auf das Signal addiert.

Die folgenden Informationen werden für jeden Sensor in jedem Event gespeichert und stehen für die Analyse, die in dieser Arbeit präsentiert wird, zur Verfügung: die x-y-Koordinaten der Pixeltreffer, die x-y-z-Koordinaten der Anfangs- und Endpunkte der Teilchen im Sensor, die Teilchenart, der Produktionsprozess der Teilchen und die Anfangsenergie der Teilchen. Durch Anwendung des Clustering-Algorithmus stehen auch die Cluster-Informationen zur Verfügung.

Mit Allpix² wird der gesamte Detektionsprozess schrittweise für die einzelnen Schauerteilchen simuliert. Diese Simulation kann verwendet werden, um Ergebnisse der Teststrahlmessungen mit dem EPICAL-2 zu überprüfen. In [11], [12] und [14] wurde gezeigt, dass die Messdaten von den Allpix²-Simulationen gut beschrieben werden.

In dieser Arbeit wird eine reine Simulationsstudie präsentiert, in der die zusätzliche Teilcheninformation verwendet wird, um die Grundannahme für die Energiemessung mit dem EPICAL-2 in Gleichung 3.4 zu überprüfen und um Effekte zu untersuchen, die durch die Messmethodik oder Konstruktion des Detektors auftreten und die Detektorantwort beeinflussen.

4 Signalstudie verschiedener Energie-Proxies

Für Energiemessungen mit einem neuen Kalorimeter in Experimenten ist es zunächst wichtig zu bestimmen, wie gut und wie genau die kinetische Energie $E_{\rm prim}$ eines primären Teilchens gemessen wird. Dazu wird die Linearität und Energieauflösung bei bekannten primären kinetischen Energien ermittelt.

In der Analyse dieser Arbeit werden Simulationsdaten des EPICAL-2 von [14] mit zusätzlichen Teilcheninformationen verwendet. Mithilfe dieser Teilcheninformationen werden in dieser Arbeit die Linearität und Energieauflösung des EPICAL-2 für die Energie-Proxies, die in Abschnitt 3.4 definiert sind, bestimmt. Dazu werden zunächst die Signalverteilungen, die Häufigkeitsverteilungen der Energie-Proxies, diskutiert. Aus den Signalverteilungen werden die Mittelwerte und Standardabweichungen berechnet, um die Linearität und Energieauflösung zu bestimmen.

4.1 Signalverteilungen

In jedem simulierten Event werden die Energie-Proxies in jeder Detektorlage gezählt. Die Zahl N_i^l beschreibt die Anzahl der Energie-Proxies in Lage l. Dabei steht i für die Elektronen und Positronen (e^{\pm}), die Pixelhits oder Cluster. Nur die e^{\pm} , die sich durch aktives Material des EPICAL-2 bewegen, werden mitgezählt. Die Anzahl N_i der Energie-Proxies ist die Summe von N_i^l über alle Lagen, wie in Gleichung 4.1 beschrieben.

$$N_i = \sum_{l=0}^{23} N_i^l \tag{4.1}$$

Um die Anzahl N_i der Energie-Proxies auf eine Energieabhängigkeit zu überprüfen, werden die Signalverteilungen der Energie-Proxies betrachtet. In Abbildung 4.1 sind

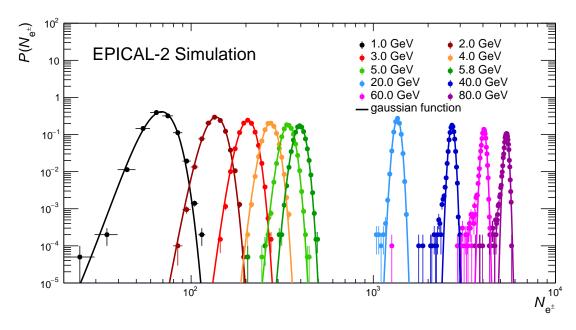


Abbildung 4.1: Relative Häufigkeit P der Anzahl $N_{\rm e^{\pm}}$ der Elektronen und Positronen für verschiedene primäre kinetische Energien mit Parametrisierungen der Verteilungen durch Gauß-Funktionen in Simulationen.

die Häufigkeitsverteilungen der Anzahl $N_{e^{\pm}}$ der Elektronen und Positronen für verschiedene primäre kinetische Energien E_{prim} dargestellt. Mit steigendem E_{prim} nimmt $N_{e^{\pm}}$ im Mittel zu. Die $N_{e^{\pm}}$ -Verteilungen ähneln Gaußverteilung und werden daher mit Gaußfunktionen parametrisiert. Bei den $N_{e^{\pm}}$ -Verteilungen treten Ausläufer zu kleinen $N_{e^{\pm}}$ -Werten auf, die von den Gaußfunktionen nicht beschrieben werden. Diese Ausläufer entstehen beispielsweise, wenn Teile des elektromagnetischen Schauers das aktive Volumen verlassen und somit weniger Teilchen gezählt werden, als im Schauer insgesamt vorhanden sind.

Zur Überprüfung der Annahme, dass die Anzahl der Pixelhits $N_{\rm hits}$ und die Anzahl der Cluster $N_{\rm clus}$ proportional zu N_{e^\pm} ansteigt, werden die Signalverteilungen der verschiedenen Energie-Proxies miteinander verglichen. In Abbildung 4.2 sind die Häufigkeitsverteilungen aller Energie-Proxies exemplarisch für $E_{\rm prim}=5.8\,{\rm GeV}$ dargestellt. Im Mittel entstehen deutlich mehr Pixelhits als e[±] und Cluster. Die Signalverteilungen der e[±] und Cluster sind ungefähr gleich. Jedes Elektron oder Positron erzeugt also im Mittel einen Cluster und aufgrund von Charge-Sharing mehrere Pi

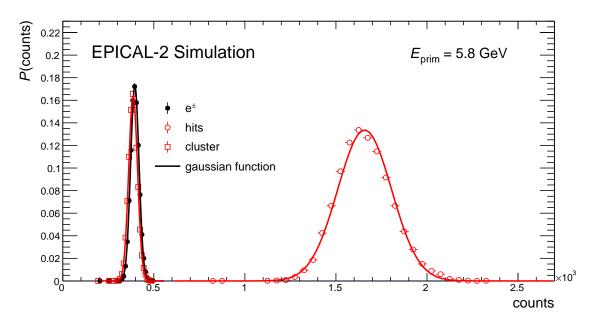


Abbildung 4.2: Häufigkeitsverteilungen verschiedener Energie-Proxies bei der primären kinetischen Energie $E_{\text{prim}} = 5.8 \,\text{GeV}$ in Simulationen.

xelhits. Die Häufigkeitsverteilungen der Pixelhits und Cluster für alle $E_{\rm prim}$ sind in A.1 und A.2 dargestellt. Im Mittel nehmen $N_{\rm hits}$ und $N_{\rm clus}$ mit zunehmender primärer kinetischer Energie $E_{\rm prim}$ zu.

Aus diesen Häufigkeitsverteilungen wird der Mittelwert μ und die Standardabweichung σ für alle Energie-Proxies bei allen E_{prim} extrahiert. In dieser Arbeit werden μ und σ arithmetisch berechnet. Alternativ können μ und σ mit den Gauß-Parametrisierungen ermittelt werden, allerdings werden mit dieser Methode Ausläufer der Signalverteilungen nicht berücksichtigt und die Standardabweichung wird unterschätzt.

4.2 Linearität

In dieser Arbeit werden zur Bestimmung der Linearität des EPICAL-2 die Mittelwerte der Signalverteilungen verwendet. Die relative Abweichung der Mittelwerte zu einer linearen Parametrisierung wird als Maß für die Linearität verwendet. Der Y-

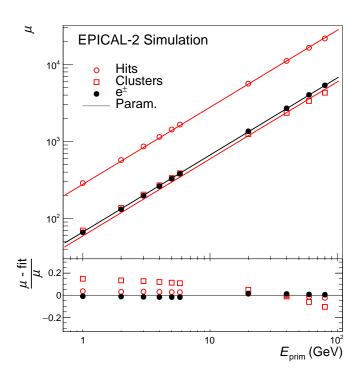


Abbildung 4.3: Mittlere Anzahl μ der Energie-Proxies mit linearen Parametrisierungen (oben) und relative Abweichungen der Mittelwerte zu den Parametrisierungen (unten) in Abhängigkeit von der primären kinetischen Energie $E_{\rm prim}$ in Simulationen.

Achsenabschnitt der linearen Funktion wird auf null festgelegt, da bei $E_{\rm prim}=0\,{\rm GeV}$ kein Teilchen auf den Detektor trifft und keine Schauerteilchen entstehen können. Als einziger freie Parameter für die lineare Funktion bleibt die Steigung der Geraden. In Abbildung 4.3 sind oben die Mittelwerte μ der Signalverteilungen in Abhängigkeit von $E_{\rm prim}$ mit linearen Parametrisierungen und unten die relativen Abweichungen der Mittelwerte zur Parametrisierung dargestellt. Die Abweichung der Mittelwerte von einer linearen Energieabhängigkeit ist für die e $^{\pm}$ kleiner als 1.8%, für die Pixelhits kleiner als 3.7% und für die Cluster kleiner als 15%. Die Linearität der e $^{\pm}$ ist besser als die der Hits und Cluster und stellt somit das theoretische Optimum dar, das mit den Hits und Clustern erreicht werden könnte. Detektoreffekte wie Sättigung und Cluster-Merging führen zu größeren Abweichungen von einer linearen Energieabhängigkeit. Sättigung bedeutet, dass in einem Teilbereich des EPICAL-2 fast alle Pixel getroffen werden und mit zunehmender Anzahl der e $^{\pm}$ die Anzahl der Pixelhits nicht weiter zunehmen kann. Sättigung führt außerdem zu mehr Cluster-Merging. Sättigung tritt

Energie-Proxy	a (%)	c (%)
Pixelhits	21.282 ± 0.051	2.188 ± 0.028
Cluster	14.350 ± 0.036	2.056 ± 0.018
e [±]	12.303 ± 0.032	2.180 ± 0.016

Tabelle 4.1: Parameter der Parametrisierung der Energieauflösung verschiedener Energie-Proxies.

vor allem bei hohen E_{prim} auf, weil die Anzahl der e[±] mit E_{prim} zunimmt. Dies wird genauer in Abschnitt 5.5 diskutiert. Bemerkenswert ist, dass bei kleinen Energien die mittlere Anzahl der Cluster die Anzahl der e[±] übertrifft. Eine mögliche Ursache sind einzelne Teilchen, die aufgrund von Charge-Sharing mehrere Cluster erzeugen. Eine weitere mögliche Ursache können Photonen sein, die bei einer kinetischen Energie von ca. 5 keV Pixelhits in den ALPIDEs erzeugen und somit die Anzahl der Cluster erhöhen [16].

4.3 Energieauflösung

Die Energieauflösung des EPICAL-2 wird in dieser Arbeit mit den Mittelwerten μ und Standardabweichung σ der Signalverteilungen wie folgt definiert:

$$\frac{\sigma}{\mu} := \frac{\sigma_E}{E} \,. \tag{4.2}$$

In [11] wurde gezeigt, dass Gleichung 4.5 mit b=0 die Energieauflösung des EPICAL-2 gut beschreibt. Deshalb wird in dieser Arbeit für die Parametrisierung der Energieauflösung die folgende Funktion verwendet:

$$\frac{\sigma}{\mu}(E) = \sqrt{\frac{a^2}{E/\text{GeV}} + c^2}.$$
(4.3)

In Abbildung 4.4 wird die Energieauflösung σ/μ für verschiedene Energie-Proxies mit Parametrisierungen dargestellt. Mit zunehmender Energie wird die Energieauflösung für alle Energie-Proxies besser. Die Energieauflösung wird für alle Energie-Proxies gut mit Gleichung 4.3 beschrieben. Die Werte der Parameter sind in Tabelle 4.1 aufgelistet. Die beste Energieauflösung wird durch Zählen der e^{\pm} erreicht und ein theoretisches

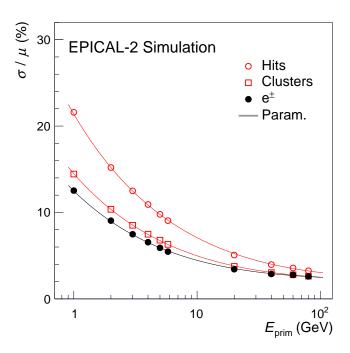


Abbildung 4.4: Energieauflösung σ/μ für verschiedene Energie-Proxies in Abhängigkeit von der primären kinetischen Energie E_{prim} in Simulationen.

Optimum aufgezeigt. Bei der größten simulierten Energie $E_{\rm prim}=80\,{\rm GeV}$ beträgt die Energieauflösung durch Zählen der e[±] etwa 2.6 %. Die Energieauflösung der Cluster weicht von diesem Optimum bei 60 GeV und 80 GeV um weniger als 1.2 % ab. Durch Zählen der Cluster wird eine bessere Energieauflösung als durch Zählen der Pixelhits erreicht, weil die Cluster weniger von statistische Fluktuationen aufgrund von Charge-Sharing betroffen sind.

Events, in denen Teile des elektromagnetische Schauers das EPICAL-2 verlassen, oder in denen seltene physikalische Prozesse wie radioaktive Zerfälle oder hadronische Wechselwirkungen stattfinden, führen zu einer größeren Standardabweichung. Werden solche Events von der Analyse ausgeschlossen, kann die Energieauflösung um bis zu 0.12 Prozentpunkte bzw. $4.7\,\%$ verbessert werden.

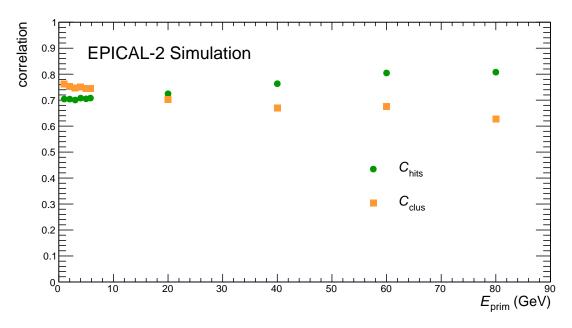


Abbildung 4.5: Korrelation von $N_{e^{\pm}}$ mit N_{hits} und N_{clus} in Abhängigkeit von E_{prim} in Simulationen.

4.4 Korrelation der Energie-Proxies

Die Korrelation cor(x, y) zweier Zufallsvariablen x und y wird mit folgender Formel berechnet [17]:

$$cor(x,y) = \frac{\mu(xy) - \mu(x)\mu(y)}{\sigma(x)\sigma(y)}.$$
 (4.4)

$$C_{\text{hits}} := cor(N_{e^{\pm}}, N_{\text{hits}}) \qquad C_{\text{clus}} := cor(N_{e^{\pm}}, N_{\text{clus}}) \qquad (4.5)$$

Im Folgenden bezeichnet C_{hits} die Korrelation von $N_{e^{\pm}}$ mit N_{hits} und C_{clus} bezeichnet die Korrelation von $N_{e^{\pm}}$ mit N_{clus} (Gleichung 4.5). In Abbildung 4.5 sind C_{hits} und C_{clus} in Abhängigkeit von E_{prim} dargestellt. Mit zunehmendem E_{prim} nimmt C_{hits} zu und C_{clus} fällt ab. Unterhalb von 20 GeV ist C_{clus} größer als C_{hits} . Daher eignet sich bei kleinen Energien N_{clus} besser als Maß für $N_{e^{\pm}}$, als N_{hits} . Dagegen stellt bei 20 GeV

und größeren Energien $N_{\rm hits}$ das bessere Maß für N_{e^\pm} dar.

Für den Einsatz in einem Experiment muss abgewogen werden, welche Observable für die Energiemessung verwendet wird. Im Vergleich zur mittleren Anzahl der Cluster weicht die mittlere Anzahl der Pixelhits weniger von einem linearen Zusammenhang zur Energie ab und $N_{\rm hits}$ korreliert bei hohen Energien stärker mit $N_{e^{\pm}}$ als $N_{\rm clus}$. Mit den Clustern wird allerdings im Vergleich zu den Pixelhits eine bessere Energieauflösung erreicht und bei kleinen Energien korreliert $N_{\rm clus}$ stärker mit $N_{e^{\pm}}$.

5 Analyse elektromagnetischer Schauer

Neben der Energiemessung ermöglicht der Sandwich-Aufbau des EPICAL-2 in Kombination mit der hohen Granularität auch eine Analyse der Form von elektromagnetischen Schauern. Mithilfe der Simulationen kann zusätzlich die Teilchenzusammensetzung der Schauer analysiert werden. Es ist wichtig, die Teilchenkomposition und die Form elektromagnetischer Schauer zu kennen, um die Detektorantwort zu verstehen und Detektoreffekte zu identifizieren und möglicherweise zu korrigieren.

In diesem Kapitel werden zunächst die Komposition der Schauerteilchen und die Produktionsprozesse, in denen diese Teilchen entstehen, diskutiert. Anschließend werden Winkelverteilungen der Schauerteilchen betrachtet. Zur Beschreibung der Form elektromagnetischer Schauer werden longitudinale und laterale Profile präsentiert. Zuletzt werden Dichte-Korrelationen der Energie-Proxies betrachtet.

5.1 Komposition der Schauerteilchen

Wie in Abschnitt 3.4 erläutert, wird eine Proportionalität zwischen der Anzahl $N_{\rm part}$ der Schauerteilchen und der Anzahl $N_{\rm e^{\pm}}$ der Elektronen und Positronen angenommen. Da nur die elektrisch geladenen Schauerteilchen im EPICAL-2 nachgewiesen werden, wirkt sich die Teilchenkomposition der elektromagnetischen Schauer auf die Detektorantwort aus.

In Abbildung 5.1 sind die relativen Häufigkeiten der Teilchenarten, die bei simulierten elektromagnetischen Schauern im EPICAL-2 auftreten, in Abhängigkeit von der primären kinetischen Energie $E_{\rm prim}$ dargestellt. Die Teilchenkomposition weist nur eine geringe Energieabhängigkeit auf. Die Abweichungen zu einer Konstanten sind für Photonen kleiner als 1%. Für Elektronen liegt bei $E_{\rm prim}=1\,{\rm GeV}$ eine Abweichung von ca. $3.74\,\%$ vor, bei höheren Energien ist die Abweichung jedoch kleiner als $2\,\%$.

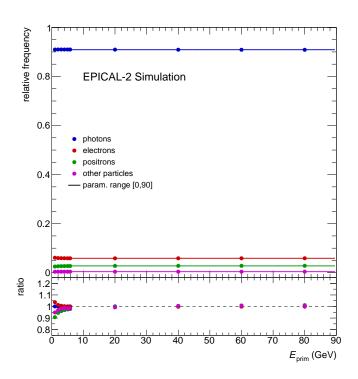


Abbildung 5.1: Relative Häufigkeit der Schauerteilchen in Abhängigkeit von der primären kinetischen Energie E_{prim} in Simulationen.

Für Positronen verhält es sich ähnlich: Die Abweichung ist bei $E_{\rm prim}=1\,{\rm GeV}$ ca. 9.3% und bei höheren Energien kleiner. Mehr als 90% der Teilchen sind Photonen, ca. 6% sind Elektronen und ca. 2.8% sind Positronen. Weniger als 0.43% sind andere Teilchen, wie Neutronen, oder Protonen, die beispielsweise in Wechselwirkungen der Schauerteilchen mit Atomkernen freigesetzt werden. In der Simulation können auch Kernzerfälle von Isotopen im Detektormaterial stattfinden. Die Zerfallsprodukte bewegen sich dann ebenfalls durch das EPICAL-2. Weil weniger als 0.43% der Teilchen aus solchen Prozessen stammen, können diese vernachlässigt werden.

Die Annahme, der Proportionalität von $N_{\rm part}$ zu $N_{\rm e^{\pm}}$ ist grundsätzlich erfüllt, da die relativen Häufigkeiten nur geringfügig von einer Konstanten abweichen. Insbesondere bei Energien über 1 GeV ändert sich also die Teilchenkomposition kaum, was für digitale Kalorimetrie, bei der nur die elektrisch geladenen Schauerteilchen nachgewiesen werden, essenziell ist.

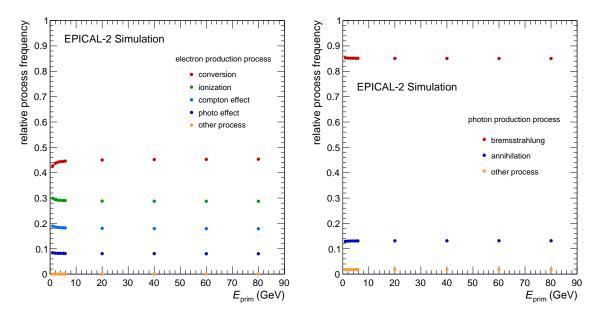


Abbildung 5.2: Relative Häufigkeit der Produktionsprozesse von Elektronen (links) und Photonen (rechts) in Abhängigkeit von der primären kinetischen Energie E_{prim} in Simulationen.

5.2 Produktionsprozesse der Schauerteilchen

Wie in Abschnitt 2.1 diskutiert, wird in vereinfachten Modellen angenommen, dass bei elektromagnetischen Schauern die Produktion sekundärer Teilchen nur durch Bremsstrahlung und Paarbildung (Conversion) erfolgt. In Abbildung 5.2 sind die relativen Häufigkeiten der Produktionsprozesse von Elektronen und Photonen in EPICAL-2-Simulationen dargestellt. Bei allen primären Energien entstehen mit einem Anteil von über 40 % die meisten Elektronen durch Paarbildung und mehr als 80 % der Photonen entstehen durch Bremsstrahlung. Aus dem Detektormaterial werden durch Ionisation, Compton-Effekt und dem photoelektrischen Effekt zusätzliche freie Elektronen erzeugt, die sich durch das EPICAL-2 bewegen und Pixeltreffer erzeugen können. In Abbildung 5.3 sind die mittleren kinetischen Anfangsenergien $\langle E_{\rm kin}^{\rm start} \rangle$ der Elektronen und Photonen aus verschiedenen Produktionsprozessen in Abhängigkeit von $E_{\rm prim}$ dargestellt. Im Vergleich zu den Elektronen aus Paarbildung haben die Elektronen aus den anderen Prozessen geringere kinetische Energien und sie sind deshalb für

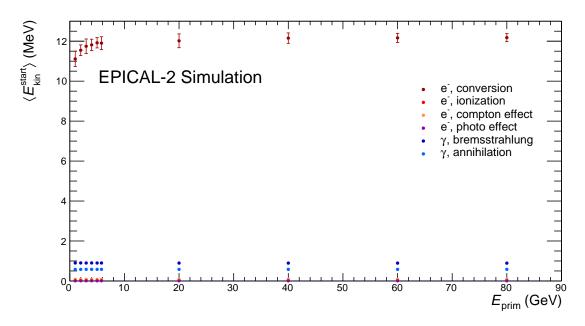


Abbildung 5.3: Mittlere kinetische Anfangsenergie $\langle E_{\rm kin}^{\rm start} \rangle$ der sekundären Teilchen für verschiedene Produktionsprozesse in Abhängigkeit von der primären kinetischen Energie $E_{\rm prim}$ in Simulationen.

die Schauerbildung weniger relevant. Die vereinfachten Modelle sind daher gut geeignet, um die Entwicklung elektromagnetischer Schauer zu beschreiben. Allerdings wird die Anzahl der Teilchen, die Pixeltreffer im EPICAL-2 erzeugen können, von solchen Modellen unterschätzt.

5.3 Winkelverteilung der Schauerteilchen

In [16] wurde gezeigt, dass die mittlere Anzahl der Pixeltreffer zunimmt, wenn sich Elektronen mit einem zunehmenden Winkel zur z-Achse durch einen ALPIDE bewegen. In [11] wurden lange Spur-ähnliche Strukturen sowohl in Messungen als auch in Simulationen beobachtet. Daher ist es interessant zu wissen, mit welchen Winkeln sich Schauerteilchen durch das aktive Material des EPICAL-2 bewegen. Der Winkel θ beschreibt im Folgenden den Winkel zur z-Achse des EPICAL-2, mit dem sich Schauerteilchen durch das aktive Material einer Detektor-Lage bewegen. In die Berechnung von θ gehen nur die Koordinaten der Start- und Endpunkte der Teilchen im aktiven

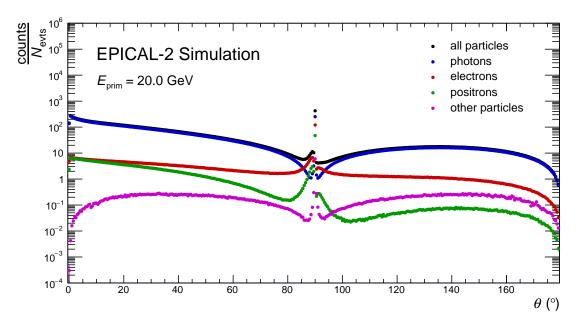


Abbildung 5.4: Häufigkeitsverteilung der Winkel θ der verschiedenen Schauerteilchen bei $E_{\text{prim}}=20\,\text{GeV}$ in Simulationen.

Material einer Lage ein.

In Abbildung 5.2 sind Häufigkeitsverteilungen der Winkel θ für die verschiedenen Schauerteilchen exemplarisch für $E_{\rm prim}=20\,{\rm GeV}$ dargestellt. Im Intervall $\theta=[0^\circ,80^\circ)$ fallen die Verteilungen der Photonen, Protonen und Positronen ab. Die meisten Teilchen bewegen sich vorwärts im Detektor mit einem kleinen Winkel zur Bewegungsrichtung des primären Teilchens. Im Intervall $\theta=[80^\circ,90^\circ)$ fällt die Verteilung der Photonen stark ab und die der Elektronen und Positronen nimmt stark zu. Das Gleiche gilt für $\theta=(90^\circ,100^\circ]$ in umgekehrter Richtung. In diesen Bereichen bewegen sich die Schauerteilchen annähernd quer durch das aktive Material. Elektronen, die sich mit solchen Winkeln durch die Detektorlagen bewegen, können lange Cluster oder Spuren von Pixelhits erzeugen. Die Anzahl der Photonen mit solchen Winkeln ist gering, da sich die Photonen effektiv durch mehr Materie bewegen und dadurch die Wahrscheinlichkeit für Paarerzeugung zunimmt und die Anzahl der Photonen abfällt. Teilchen mit $\theta=90^\circ$ treten in das aktive Material einer Lage ein und ändern durch Streuprozesse ihre Bewegungsrichtung derart, dass sie die Lage in umgekehrter Richtung wieder verlassen. Aufgrund der Berechnung des Winkels mit den Start- und End-

punkten in der Lage erhält man in diesem Fall den Winkel $\theta=90^\circ$. Das Maximum in der Winkelverteilung bei $\theta=90^\circ$ wird zu 65 % von Teilchen verursacht, die in einer Lage zurückgestreut werden. Teilchen mit $\theta>90^\circ$ bewegen sich rückwärts im aktiven Material. Insgesamt bewegen sich über 80 % der Photonen, über 60 % der Elektronen und über 80 % der Positronen vorwärts, also mit $\theta<90^\circ$, durch die Detektorlagen. Die Häufigkeitsverteilungen von θ für die übrigen Energien sind in Abbildung A.3 dargestellt. Die Form der Verteilungen ist für alle Energien ähnlich, nur die Anzahl der Teilchen nimmt insgesamt mit $E_{\rm prim}$ zu.

5.4 Schauerprofile

Die Form einzelner elektromagnetischer Schauer variiert aufgrund der stochastischen Natur der involvierten physikalischen Prozesse. Daher wird üblicherweise die Form eines sogenannten mittleren Schauers beschrieben. In dieser Arbeit werden dazu longitudinale und laterale Schauerprofile betrachtet.

5.4.1 Longitudinale Profile

Das longitudinale Profil gibt Aufschluss darüber, wie tief elektromagnetische Schauer in ein Kalorimeter eintreten und an welcher Position die meiste Energie deponiert wird. In dieser Arbeit wird das longitudinale Profil als die mittlere Anzahl der Energie-Proxies μ in einer Lage in Abhängigkeit von der Detektortiefe z definiert.

In Abbildung 5.5 sind die longitudinalen Profile der Energie-Proxies exemplarisch für $E_{\rm prim}=60\,{\rm GeV}$ dargestellt. Wie in Kapitel 4 diskutiert, übertrifft die mittlere Anzahl der Pixelhits die der Cluster und e $^{\pm}$. Die mittlere Anzahl der e $^{\pm}$ ist in den Lagen 3 bis 11 größer als die mittlere Anzahl der Cluster, in tieferen Lagen dagegen stimmen sie ungefähr überein. Die Abweichung ist ein Anzeichen für Cluster-Merging. Ab Lage 14 stimmen beide Größen etwa überein. Cluster-Merging findet demnach überwiegend in frühen Lagen vor dem Schauermaximum statt und beeinflusst in diesem Bereich die Detektorantwort.

In A.4 sind die longitudinalen Profile für die übrigen Energien dargestellt. Wie bereits in [11] und [12] beobachtet wurde, verschiebt sich das Schauermaximum mit zunehmender Energie tiefer in das EPICAL-2. Der Einfluss von Cluster-Merging nimmt mit

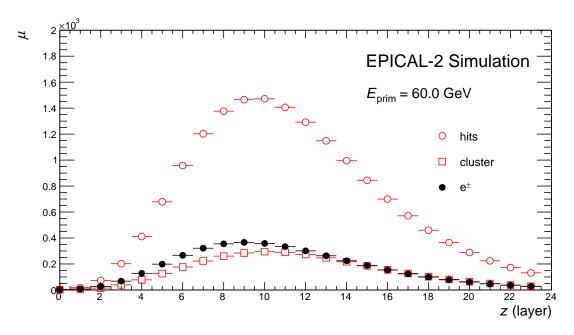


Abbildung 5.5: Longitudinale Profile verschiedener Energie-Proxies bei $E_{\text{prim}} = 60 \,\text{GeV}$ in Simulationen.

zunehmendem E_{prim} zu, tritt allerdings bereits bei $E_{\text{prim}}=1\,\text{GeV}$ auf.

5.4.2 Laterale Profile

Zur Beschreibung der lateralen Form elektromagnetischer Schauer wird in dieser Arbeit die Flächendichte der Energie-Proxies in Abhängigkeit vom radialen Abstand r zur Schauerachse betrachtet. In der verwendeten Simulation treffen die primären Teilchen parallel zur z-Achse auf das EPICAL-2, weshalb die Schauerachse parallel zur z-Achse ausgerichtet ist und sich an der Position befindet, an der der Strahl auf das EPICAL-2 trifft. Die x- und y-Position der Strahlachse entspricht der Position des Clusters in Lage 0, der vom primären Teilchen erzeugt wird. Es besteht die Möglichkeit, dass zurückgestreute sekundäre Teilchen weitere Cluster in Lage 0 erzeugen. Daher werden im Folgenden nur Events betrachtet, in denen exakt ein Cluster in Lage 0 auftritt. Die Ortsinformation des primären Teilchens, die in Simulationen zur Verfügung steht, kann ebenfalls verwendet werden, um die Strahlachse zu bestimmen, allerdings wird dadurch die Vergleichbarkeit zu lateralen Profilen von gemessenen Pixelhits und

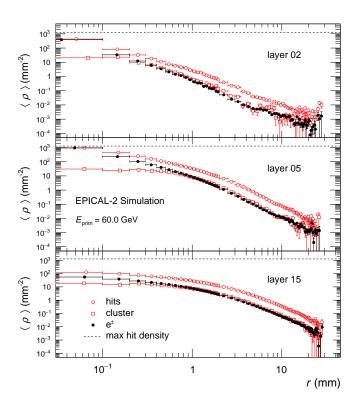


Abbildung 5.6: Laterale Profile verschiedener Energie-Proxies bei $E_{\text{prim}} = 60\,\text{GeV}$ in drei verschiedenen Detektorlagen in Simulationen.

Clustern erschwert. Die mittlere Flächendichte $\langle \rho_i^l \rangle$ der Energie-Proxies in einer Lage l wird mit folgender Formel in einem radialen Intervall [r,r') berechnet [12]:

$$\langle \rho_i^l(r, r') \rangle = \frac{1}{A_{\text{pixel}}} \frac{\langle N_i^l(r, r') \rangle}{N_{\text{pixel}}(r, r')}$$
 (5.1)

Hier beschreibt $A_{\text{pixel}} = 29.24 \times 26.88 \,\mu\text{m}^2$ die Fläche eines einzelnen Pixels, $\langle N_i^l(r,r') \rangle$ die mittlere Anzahl der Pixelhits, Cluster, oder e^{\pm} in einer Lage l im radialen Intervall [r,r') und $N_{\text{pixel}}(r,r')$ die Anzahl aktiver Pixel im gleichen radialen Intervall. In dieser Arbeit entspricht die Anzahl der aktiven Pixel exakt der Anzahl der Pixel in einer Detektorlage. Im echten Detektor können Pixel fehlerhaft sein und die Detektorantwort verfälschen, weshalb sie maskiert werden. Diese Maskierung kann auch in

Simulationen angewendet werden, um diese Defekte zu berücksichtigen.

In Abbildung 5.6 sind die lateralen Profile der Energie-Proxies für $E_{\rm prim}=60\,{\rm GeV}$ in drei ausgewählten Detektorlagen dargestellt. In Lage 2 befinden sich elektromagnetischer Schauer noch in der Entstehungsphase und die mittlere Zahl der Teilchen ist noch relativ klein, jedoch auf einen kleinen Bereich konzentriert. Daher tritt dort im Mittel eine hohe Dichte der Energie-Proxies auf, mit über 300 Pixelhits und über 300 Elektronen oder Positronen pro mm². In Lage 5 ist die Schauerentwicklung etwas weiter fortgeschritten und die mittlere Hitdichte $\langle \rho_{\rm hits} \rangle$ erreicht bei kleinem r die maximal mögliche Dichte und sättigt. Das heißt, fast alle Pixel nahe der Strahlachse sind getroffen. Auch wenn die Teilchendichte weiter zunimmt, kann die Hitdichte nicht weiter zunehmen. Nach dem Schauermaximum beginnt die Anzahl der Teilchen abzunehmen und die lateralen Profile werden breiter, da sich die Schauer ausbreiten und die Teilchen sich im Mittel weiter von der Strahlachse entfernen. In diesem Bereich tritt kaum Sättigung auf. In allen Lagen stimmt $\langle \rho_{\rm cluster} \rangle$ bei $r > 1\,{\rm mm}$ ungefähr mit $\langle \rho_{\rm cluster} \rangle$ überein. Bei $r < 0.2\,{\rm mm}$ nimmt $\langle \rho_{\rm cluster} \rangle$ aufgrund von Cluster-Merging nicht weiter zu.

Die Dichte der Energie-Proxies hängt stark von der Lage und dem Abstand zur Strahlachse ab. Vor dem Schauermaximum bei kleinen Abständen zur Strahlachse tritt Sättigung auf und in allen Lagen findet bei kleinen Abständen Cluster-Merging statt.

5.5 Dichte-Korrelation

Es ist nicht offensichtlich, ab welcher Hitdichte Sättigung eintritt. Weil $\rho_{\rm hits}$ von $\rho_{\rm e^{\pm}}$ abhängt, ist es interessant, wie die beiden Größen miteinander korrelieren und bei welchen $\rho_{\rm e^{\pm}}$ Sättigung eintritt. Insbesondere bei hohen Energien ist das interessant, da mit zunehmender Energie die maximale Teilchendichte zunimmt und Sättigung verstärkt wird.

In Abbildung 5.7 ist die Korrelation zwischen der Dichte $\rho_{\rm e^{\pm}}$ der Elektronen und Positronen und der Hitdichte $\rho_{\rm hits}$ für $E_{\rm prim}=80\,{\rm GeV}$ dargestellt. Wie erwartet steigt $\rho_{\rm hits}$ im Mittel mit zunehmendem $\rho_{\rm e^{\pm}}$ an, bis die maximale Hitdichte erreicht wird. In dieser Darstellung wird Sättigung sichtbar: Bei $\rho_{\rm e^{\pm}}>100\,{\rm mm}^{-2}$ tritt in der doppelt-

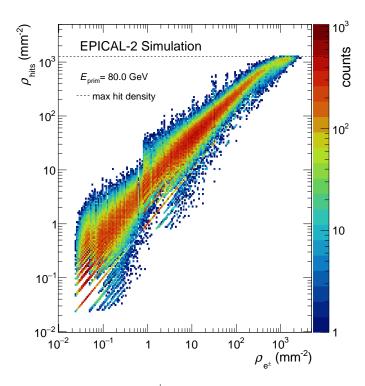


Abbildung 5.7: Korrelation zwischen e $^{\pm}$ -Dichten und Hitdichten bei $E_{\rm prim}=80\,{\rm GeV}$ in Simulationen.

logarithmischen Darstellung eine Krümmung der Verteilung auf, da die Hitdichte die obere Grenze erreicht, während $\rho_{e^{\pm}}$ weiter ansteigt. Die diskrete Natur der Messung mit EPICAL-2 sichtbar: Die Anzahl der Hits und Teilchen sind natürliche Zahlen und die daraus berechneten Dichten nehmen folglich diskrete Werte an, was zu Strukturen in der Korrelationsverteilung führt.

Die e^{\pm} -Dichte, ab der Sättigung eintritt und wie stark die Sättigung ist, kann mithilfe einer Parametrisierung bestimmt werden. Dazu werden für alle $\rho_{e^{\pm}}$ die Mittelwerte von ρ_{hits} berechnet und parametrisiert. Für die Parametrisierung wird folgende empirisch bestimmte Funktion verwendet:

$$f(x) = a\log(x+b) + cx + d \tag{5.2}$$

Während der logarithmische Term der Funktion bei kleinen Dichten dominiert, ist bei

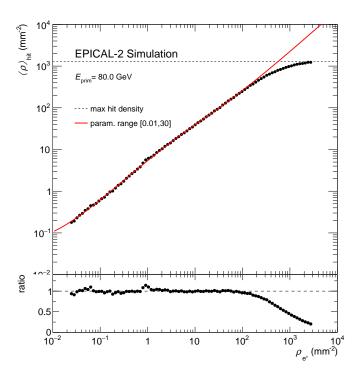


Abbildung 5.8: Mittlere Hitdichten in Abhängigkeit von e[±]-Dichten mit Parametrisierung bei $E_{\text{prim}} = 80 \,\text{GeV}$ (oben) und das Verhältnis der Parametrisierung zur mittleren Hitdichte (unten) in Simulationen.

großen Dichten der lineare Term ausschlaggebend.

In Abbildung 5.8 sind die mittleren Hitdichten $\langle \rho_{\rm hits} \rangle$ in Abhängigkeit von $\rho_{\rm e^{\pm}}$ dargestellt. Ab $\rho_{\rm e^{\pm}} = 97\,\rm mm^{-2}$ beträgt die Abweichung der Funktion zu $\langle \rho_{\rm hits} \rangle$ innerhalb der statistischen Unsicherheiten mehr als 4% und steigt mit zunehmendem $\rho_{\rm e^{\pm}}$ weiter an. Daraus kann geschlossen werden, dass ab dieser Dichte Sättigung auftritt und kontinuierlich stärker wird. Bei $\rho_{\rm e^{\pm}} = 2747.69\,\rm mm^{-2}$ beträgt die Abweichung zur Funktion 79.6%.

Elektromagnetische Schauer setzten sich hauptsächlich aus Photonen zusammen, jedoch werden im EPICAL-2 nur die Elektronen und Positronen nachgewiesen. Wie zu erwarten werden die Photonen überwiegend durch Bremsstrahlung erzeugt und die meisten Elektronen stammen aus Paarbildung. Während sich die meisten Teilchen

vorwärts im Detektor bewegen, gibt es auch Teilchen, die zurückgestreut werden und sich in umgekehrter Richtung fortbewegen. Elektronen oder Positronen, die sich mit annähernd $90\,^{\circ}$ durch eine Lage bewegen, können zu einer großen Anzahl an länglichen Cluster führen.

In longitudinalen Profilen wird Cluster-Merging vor dem Schauermaximum sichtbar und in lateralen Profilen wird zusätzlich auch Sättigung der Hitdichten sichtbar. Ab Elektron-Positron-Dichten von etwa $100\,\mathrm{mm^{-2}}$ beginnt Sättigung einzusetzen. Die Parametrisierung von $\langle \rho_{\mathrm{hits}} \rangle$ in Abhängigkeit von $\rho_{\mathrm{e^{\pm}}}$ könnte für eine Sättigungskorrektur verwendet werden. Bei der Konstruktion neuer digitaler Kalorimeter sollte berücksichtigt werden, dass e[±]-Dichten von über $2000\,\mathrm{mm^{-2}}$ auftreten können.

6 Parametrisierung elektromagnetischer Schauer

Wie in Kapitel 5 diskutiert, zeigen elektromagnetische Schauer im Mittel eine charakteristische Form. Mit einem analytischen Modell, das diese Form beschreibt, wäre es möglich, die Energie und Position eines Schauers zu ermitteln. Außerdem könnten mehrere Schauer, die sich teilweise überlappen, getrennt nachgewiesen werden. Ein analytisches Schauermodell könnte statt den detaillierten, aber rechenaufwändigen, Simulationen mit Allpix² schnellere Monte-Carlo Simulationen erlauben, in denen nicht die einzelnen physikalischen Prozesse simuliert werden, sondern die Anzahl und Position von Pixeltreffern aus Verteilungen bestimmt werden. In diesem Kapitel wird ein Versuch präsentiert, eine solche analytische Beschreibung der Dichteverteilung der Pixeltreffer zu ermitteln.

Die ersten Schritte, um eine solche Beschreibung zu ermitteln, sind dabei Parametrisierungen eindimensionaler Schauerprofile in Simulationen. Bei den eindimensionalen Schauerprofilen handelt es sich hier um die lateralen und longitudinalen Hit-Profile. Die Parametrisierungen dieser Profile werden verwendet, um eine Funktion für eine zweidimensionale Parametrisierung zu finden, die simultan die longitudinale und laterale Form beschreiben soll.

6.1 Eindimensionale Parametrisierung

6.1.1 Parametrisierung des longitudinalen Profils

Die mittlere longitudinale Form elektromagnetischer Schauer kann durch folgende empirische Formel mit der Gamma-Funktion $\Gamma(x)$ beschrieben werden [5]:

$$\frac{dE}{dt} = E_0 \beta \frac{(\beta t)^{\alpha - 1} e^{-\beta t}}{\Gamma(\alpha)}.$$
 (6.1)

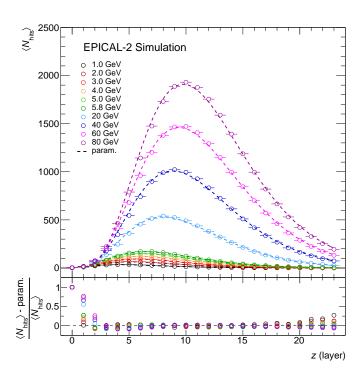


Abbildung 6.1: Longitudinale Hit-Profile mit Parametrisierung (oben) und die relative Abweichung der Parametrisierungen zu den Datenpunkten (unten) bei verschiedenen E_{prim} in Simulationen.

Bei analogen Kalorimetern beschreibt $\frac{dE}{dt}$ den Energieverlust pro Wegstrecke und E_0 die Energie des primären Teilchens. α und β sind Formparameter, die die Position des Schauermaximums $t_{\text{max}} = (\alpha - 1)/\beta$ bestimmen. Im Fall von EPICAL-2 ändert sich die Bedeutung der Parameter folgendermaßen: $\frac{dE}{dt}$ beschreibt die mittlere Anzahl der Pixelhits $\langle N_{\text{hits}}^l \rangle$ in einer Detektorlage l und E_0 beschreibt die mittlere Gesamtzahl der Pixelhits $\langle N_{\text{hits}} \rangle$.

In Abbildung 6.1 sind die longitudinalen Hit-Profile bei verschiedenen $E_{\rm prim}$ mit Parametrisierungen nach Gleichung 6.1 dargestellt. In den Lagen 4 bis 19 weichen die Parametrisierungen bei allen Energien weniger als 8.6% von $\langle N_{\rm hits} \rangle$ ab. Bei hohen Energien treten in den frühen Lagen 0 bis 3 größere Abweichungen zu $\langle N_{\rm hits} \rangle$ auf und bei niedrigen Energien in den späten Lagen 20 bis 24. In den Lagen, in denen diese Abweichungen am größten sind, ist $\langle N_{\rm hits} \rangle$ am kleinsten. Insgesamt werden die

longitudinalen Profile gut durch Gleichung 6.1 beschrieben.

6.1.2 Parametrisierung des lateralen Profils

In [18] wurde gezeigt, dass die lateralen Profile eines digitalen Pixelkalorimeters durch folgende Formel beschrieben werden, die ursprünglich p_T -Verteilungen bei Proton-Proton-Kollisionen beschreiben sollte:

$$g_0(r) = p_0 \left(1 + \frac{r}{p_1 p_2} \right)^{-p_1} .$$
 (6.2)

Hier entspricht p_0 einer Amplitude, p_1 beschreibt die Krümmung bei großen Radien und p_2 die Steigung bei r=0. Werden die lateralen Profile integriert, erhält man wieder die Anzahl der Pixeltreffer. Die Funktion $g_0(r)$ wird mit einem Normierungsfaktor multipliziert, sodass p_0 der mittleren Anzahl der Pixeltreffer entspricht:

$$\int_0^\infty g_0(r) 2\pi r dr = p_0 \frac{2\pi p_1^2 p_2^2}{p_1^2 - 3p_1 + 2} = \frac{p_0}{\text{norm}} \approx \langle N_{\text{hits}} \rangle, \qquad (6.3)$$

$$g(r) = p_0 \frac{p_1^2 - 3p_1 + 2}{2\pi p_1^2 p_2^2} \left(1 + \frac{r}{p_1 p_2} \right)^{-p_1}, \tag{6.4}$$

$$\int_0^\infty g(r)2\pi r dr = p_0 \approx \langle N_{\rm hits} \rangle. \tag{6.5}$$

Die neue Funktion g(r) wird im Folgenden verwendet, um die lateralen Profile einzelner Lagen für alle E_{prim} zu parametrisieren. Die Parameter p_i werden im Folgenden als primäre Parameter bezeichnet.

In Abbildung 6.2 sind die lateralen Hit-Profile mit ihren Parametrisierungen exemplarisch für verschiedene Lagen bei $E_{\rm prim}=20\,{\rm GeV}$ dargestellt. Die Parametrisierung wird im radialen Intervall

 $r=[0\,\mathrm{mm},\,14\,\mathrm{mm}]$ durchgeführt und beschreibt die lateralen Profile insgesamt gut über viele Größenordnungen in verschiedenen Detektorlagen. In den Lagen 2 und 5 treten im Intervall $r=[0.2\,\mathrm{mm},\,0.5\,\mathrm{mm}]$ Abweichungen zwischen Parametrisierung und Datenpunkten von bis zu 50 % auf. Im Rahmen der statistischen Unsicherheiten stimmen sie bei $r>1\,\mathrm{mm}$ überein. Bei $r>10\,\mathrm{mm}$ treten insbesondere in Lage 2 stärkere Fluktuationen der Hitdichte auf, die nicht von der Funktion beschrieben

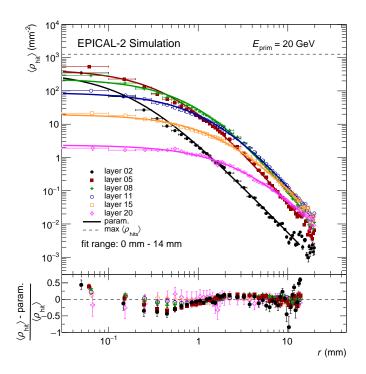


Abbildung 6.2: Laterale Hitdichte-Profile mit Parametrisierungen (oben) und die relative Abweichung der Parametrisierung zu den Datenpunkten (unten) bei $E_{\text{prim}}=20\,\text{GeV}$ in Simulationen.

werden können. Die lateralen Profile in den übrigen Lagen werden im Rahmen der statistischen Unsicherheiten besser beschrieben.

6.1.3 Lagenabhängigkeit der primären Parameter

Die Form der lateralen Profile unterscheidet sich in den verschiedenen Detektorlagen. Daher wird im Folgenden die Lagenabhängigkeit der primären Parameter p_i von Gleichung 6.4 betrachtet.

In Abbildung 6.3 sind die primären Parameter für verschiedene E_{prim} in Abhängigkeit von der Detektorlage z mit Parametrisierungen dargestellt. Alle drei Parameter haben unterschiedlich ausgeprägte Abhängigkeiten von der Detektorlage und der Energie. Die p_0 -Verteilungen zeigen die gleichen Eigenschaften wie die longitudinalen Profile

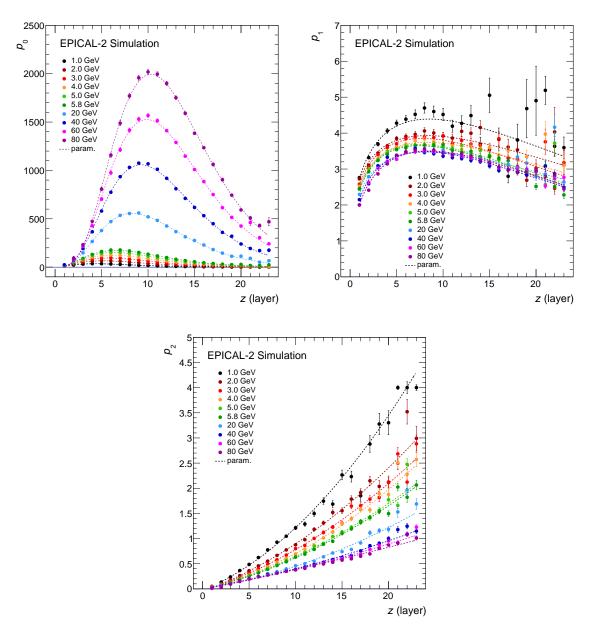


Abbildung 6.3: Longitudinale Verteilungen der primären Parameter p_0, p_1 und p_2 bei verschiedenen E_{prim} .

in Abbildung 6.1, was zu erwarten ist, da p_0 die mittlere Anzahl der Pixeltreffer in einer Lage beschreibt. Daher wird $p_0(z)$ im Folgenden mit Gleichung 6.1 parametrisiert. Der Parameter p_1 nimmt mit zunehmender Detektortiefe z zu, bis er ein Maximum

in den Lagen 5 bis 8 erreicht. In den späteren Lagen nimmt p_1 wieder ab. Dies zeigt, dass die lateralen Profile im Bereich des Schauermaximums bei großen Radien steiler abfallen als in anderen Bereichen des Detektors. Insgesamt nimmt p_1 mit zunehmendem E_{prim} ab. Für die Parametrisierung wird hier folgende Gleichung verwendet, die empirisch ermittelt wurde:

$$p_1(z) = z^{a_0} e^{-a_1 z + a_2} \,. (6.6)$$

Der Parameter p_2 nimmt mit zunehmender Detektortiefe zu. Der innere Kern der lateralen Profile wird in tieferen Lagen breiter. Je kleiner E_{prim} wird, desto stärker nimmt p_2 zu, was bedeutet, dass diese Verbreiterung des Kerns bei kleinen Energien ein größerer Effekt ist. Die p_2 -Verteilungen werden mit einem Polynom zweiten Grades wie folgt parametrisiert:

$$p_2(z) = b_0 + b_1 z + b_2 z^2. (6.7)$$

Durch $p_i(z)$ kann Gleichung 6.4 um eine Dimension erweitert werden. Die Parameter von $p_i(z)$ werden im Folgenden sekundäre Parameter genannt.

6.1.4 Energieabhängigkeit der sekundären Parameter

Wie im vorherigen Abschnitt gezeigt, hängen die primären Parameter nicht nur von der Detektorlage, sondern auch von der Energie ab. Eine Aufgabe eines analytischen Modells, das Schauerprofile beschreibt, ist hier die Ermittlung der Energie des Schauers. Daher wird im Folgenden die Energieabhängigkeit der sekundären Parameter betrachtet. In Abbildung 6.4 sind die sekundären Parameter, die die longitudinale Form der primären Parameter beschreiben, in Abhängigkeit von E_{prim} dargestellt. Insbesondere der sekundäre Parameter E_0 , der die Amplitude von p_0 bestimmt und die mittlere gesamte Anzahl der Pixeltreffer beschreibt, weist wie erwartet eine starke Energieabhängigkeit auf, während sich andere sekundäre Parameter wie β , a_1 und b_2 kaum mit der Energie ändern. Die einzelnen sekundären Parameter werden durch empirisch ermittelte Funktionen parametrisiert, die in Tabelle 6.1 aufgelistet sind. In der Tabelle wird E satt E_{prim} verwendet. Die sekundären Parameter werden im Rahmen der Unsicherheiten von diesen Parametrisierungen gut beschrieben, lediglich a_2 wird

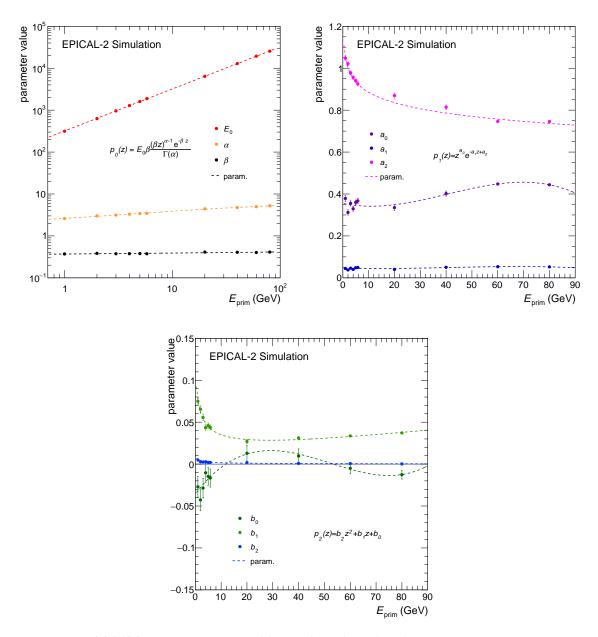


Abbildung 6.4: Energieabhängigkeit der sekundären Parameter.

bei 20 GeV und 40 GeV unterschätzt. Die Parameter, die die Energieabhängigkeit der sekundären Parameter beschreiben, werden im Folgenden tertiäre Parameter genannt. Die Werte der tertiären Parameter sind in Tabelle A.1 angegeben.

Primärer Parameter	Sekundärer Parameter		
$p_0(z) = E_0 \beta \frac{(\beta z)^{\alpha - 1} e^{-\beta z}}{\Gamma(\alpha)}$	$E_0(E) = k_0 E + k_1$ $\alpha(E) = \frac{l_0}{E^{l_1} + l_2} + l_3$		
	$\beta(E) = m_0 E^{m_1} + m_2$		
$p_1(z) = z^{a_0} e^{-a_1 z + a_2}$	$a_0(E) = n_0 + n_1 E + n_2 E^2 + n_3 E^3$		
	$a_1(E) = o_0 + o_1 E + o_2 E^2 + o_3 E^3$		
	$a_2(E) = \frac{q_0}{2\log(E) + q_1} + q_2$		
$p_2(z) = b_0 + b_1 z + b_2 z^2$	$b_0(E) = r_0 + r_1 E + r_2 E^2 + r_3 E^3$		
	$b_1(E) = \frac{s_0}{E^{s_1} + s_2} + s_3 E$		
	$b_2(E) = \frac{t_0}{E^{t_1} + t_2} + t_3$		

Tabelle 6.1: Funktionen zur Parametrisierung der primären und sekundären Parameter.

6.2 Abschätzung der Energieverlusteffekte

Wenn ein Teil eines elektromagnetischen Schauers das EPICAL-2 verlässt, wird nicht die gesamte Energie im Detektor deponiert und die Detektorantwort fällt geringer aus, als bei einer bestimmten primären kinetischen Energie erwartet wird. Unter der Annahme, dass die eindimensionalen Parametrisierungen die Schauerprofile korrekt beschreiben, ist es möglich, die Energieverlusteffekte abzuschätzen. Wenn diese Abschätzung mit dem tatsächlichen Energieverlust übereinstimmt, dann deutet das darauf hin, dass die eindimensionalen Parametrisierungen das Schauerprofil korrekt beschreiben und diese Parametrisierungen zur Energiebestimmung verwendet werden

können.

Zur Abschätzung der Verluste werden folgende Größen verwendet: Die mittlere Anzahl $\langle N_{\rm hits}^l \rangle$ der Pixelhits in einer Lage, die mittlere Gesamtzahl $\langle N_{\rm hits} \rangle$ der Pixelhits, der Parameter $E_0^{\rm long}$ und der Parameter $E_0^{\rm long}$ ist der Parameter E_0 des longitudinalen Profils und $E_0^{\rm lat}$ der sekundäre Parameter E_0 von $p_0(z)$. Der longitudinale Verlust $L_{\rm long}$, der laterale Verlust $L_{\rm lat}$ und der Gesamtverlust $L_{\rm tot}$ werden wie folgt berechnet:

$$L_{\rm lat} = \frac{E_0^{\rm lat}}{\langle N_{\rm hits}^{\rm l} \rangle} \,, \tag{6.8}$$

$$L_{\text{long}} = \frac{E_0^{\text{long}}}{\langle N_{\text{hits}} \rangle}, \tag{6.9}$$

$$L_{\rm tot} = \frac{E_0^{\rm lat}}{\langle N_{\rm hits} \rangle} \,. \tag{6.10}$$

Diese Abschätzungen werden mit berechneten Verlusten verglichen, die mithilfe eines in Simulationen vergrößerten EPICAL-2, dem sogenannten EPICAL-2L, bestimmt wurden [14]. Dazu wird der relative Überschuss der mittleren Anzahl der Pixelhits in longitudinaler Richtung, lateraler Richtung und der relative Gesamtüberschuss betrachtet. Die mit dieser Methode ermittelten Verluste werden im Folgenden als $L_{\rm lat}^{\rm 2L}$, $L_{\rm long}^{\rm 2L}$ und $L_{\rm tot}^{\rm 2L}$ bezeichnet und stellen die tatsächlichen Verluste dar.

In Abbildung 6.5 sind die Abschätzungen der Verluste in Abhängigkeit von $E_{\rm prim}$ dargestellt. Im Fall der lateralen Verluste stimmt $L_{\rm lat}$ bei 1 GeV und 2 GeV mit $L_{\rm lat}^{\rm 2L}$ im Rahmen der Unsicherheiten überein. Mit zunehmender Energie nimmt $L_{\rm lat}$ zu, während $L_{\rm lat}^{\rm 2L}$ ungefähr konstant bleibt. Das bedeutet, dass der Parameter $E_0^{\rm lat}$ die Anzahl der Pixelhits, die in einem größeren Detektor ohne Verluste auftreten würden, überschätzt. $L_{\rm long}$ und $L_{\rm long}^{\rm 2L}$ nehmen mit zunehmender Energie zu. $L_{\rm long}$ stimmt im Rahmen der Unsicherheiten, insbesondere oberhalb von 5 GeV, mit $L_{\rm long}^{\rm 2L}$ überein. Bei kleineren Energien unterschätzt $L_{\rm long}$ den tatsächlichen longitudinalen Verlust um weniger als 2%. $E_0^{\rm long}$ beschreibt also die mittlere Gesamtzahl der Pixelhits, die in einem verlängerten EPICAL-2 auftreten würden. Bei der Bestimmung von $L_{\rm tot}$ addieren sich die Effekte von $L_{\rm lat}$ und $L_{\rm long}$ auf. Mit zunehmender Energie nehmen die Verluste zu und mit zunehmender Energie weicht $L_{\rm tot}$ stärker von $L_{\rm tot}^{\rm 2L}$ ab. Während bei den betrachteten primären Energien im Mittel weniger 5% der Pixelhits in longitudinaler Richtung verloren gehen, gehen in lateraler Richtung bis zu 10% der Pixelhits

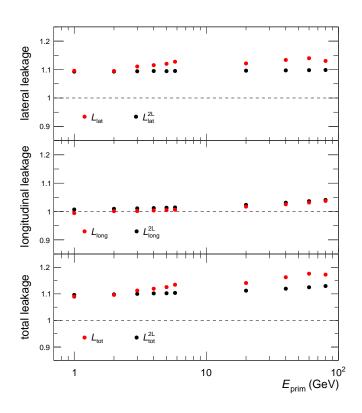


Abbildung 6.5: Energieverluste in Abhängigkeit von E_{prim} .

verloren. Die lateralen Verluste stellen also den größten Anteil des Gesamtverlustes dar.

Die eindimensionalen Parametrisierungen der Schauerprofile ermöglichen eine Abschätzung der Verlusteffekte. Insbesondere die Abschätzung der longitudinalen Verluste stimmt gut mit den Verlusten überein, die mit dem simulierten EPICAL-2L bestimmt wurden. Die Gesamtverluste werden um weniger als 5 Prozentpunkte überschätzt. Werden die Parametrisierungen der longitudinalen Profile für die Energiemessung verwendet, kann die Energie genauer als durch Zählen der Energie-Proxies ermittelt werden. Mit den lateralen Profilen kann die Energie ebenfalls bestimmt werden, allerdings nicht mit der gleichen Genauigkeit der Bestimmung mit den longitudinalen Profilen.

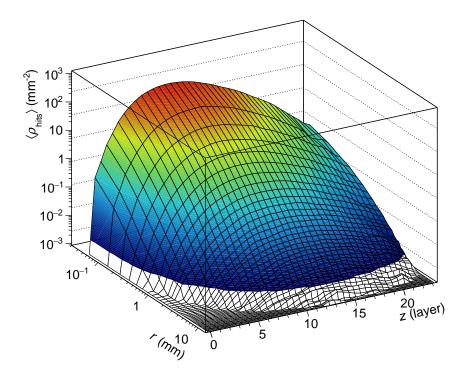


Abbildung 6.6: Zweidimensionales Schauerprofil bei $E_{\text{prim}} = 60 \,\text{GeV}$.

6.3 Zweidimensionale Parametrisierung

In Abbildung 6.5 ist die mittlere Hitdichte $\langle \rho_{\text{hits}} \rangle$ in Abhängigkeit vom Radius r und der Detektorlage bzw. Detektortiefe z für $E_{\text{prim}}=60\,\text{GeV}$ dargestellt. Diese Verteilung wird in dieser Arbeit als das zweidimensionale Schauerprofil bezeichnet. Der nächste Schritt, ein analytisches Modell zur Beschreibung eines mittleren Schauers zu finden, ist nun die Parametrisierung dieses zweidimensionalen Profils. Dazu wird Gleichung 6.4 modifiziert, wobei die Parameter p_i durch die Funktionen $p_i(z)$ wie folgt ersetzt werden:

$$g_1(r,z) = p_0(z) \frac{p_1^2(z) - 3p_1(z) + 2}{2\pi p_1^2(z)p_2^2(z)} \left(1 + \frac{r}{p_1(z)p_2(z)}\right)^{-p_1(z)}, \tag{6.11}$$

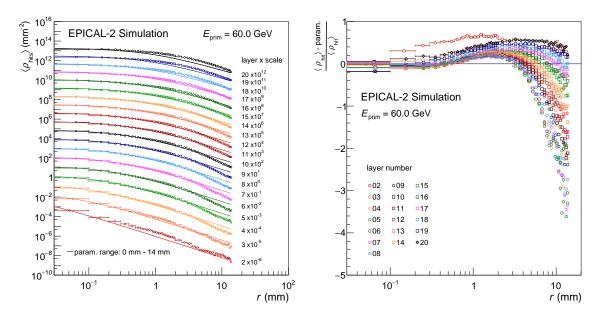


Abbildung 6.7: Eindimensionale Projektionen der zweidimensionalen Hitdichte-Verteilung mit Parametrisierung (links) und die relative Abweichung der Parametrisierung von der Verteilung (rechts) bei $E_{\text{prim}} = 60 \,\text{GeV}$.

$$p_{0}(z) = E_{0}\beta \frac{(\beta z)^{\alpha-1}e^{-\beta z}}{\Gamma(\alpha)},$$

$$p_{1}(z) = z^{a_{0}}e^{-a_{1}z+a_{2}},$$

$$p_{2}(z) = b_{0} + b_{1}z + b_{2}z^{2}.$$
(6.12)

Die Funktion $g_1(r, z)$ stellt einen ersten Ansatz für ein analytisches Modell dar, das die zweidimensionale Form des mittleren Schauerprofils beschreiben soll. Statt den drei freien Parametern im eindimensionalen Fall besitzt diese Funktion neun freie Parameter. Die Parametrisierung des Schauerprofils wird nicht in einzelnen Lagen unabhängig durchgeführt, sondern simultan in allen Lagen.

In Abbildung 6.7 ist das zweidimensionale Schauerprofil und die Parametrisierung mit $g_1(r,z)$ bei $E_{\rm prim}=60\,{\rm GeV}$ als eindimensionale Projektionen dargestellt. Die Parametrisierung wird im radialen Intervall [0 mm, 14 mm] und dem longitudinalen Intervall [Lage 2, Lage 20] durchgeführt. Bei $r<0.3\,{\rm mm}$ beträgt die Abweichung der Funktion zum Profil weniger als 20 %, mit der Ausnahme von Lage 2, in der die Funktion

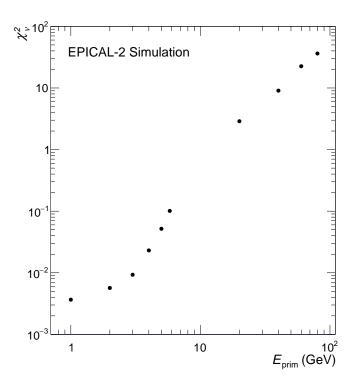


Abbildung 6.8: χ^2/NDF der zweidimensionalen Parametrisierung in Abhängigkeit von E_{prim} .

stärker abweicht. Die Funktion weicht in den Lagen 2 und 20 unterhalb von $r=5\,\mathrm{mm}$ am stärksten ab. In den Lagen 3 bis 15 wird das Profil von der Parametrisierung bei zunehmendem Radius oberhalb von 5 mm zunehmend überschätzt. Um abzuschätzen, wie gut die zweidimensionalen Parametrisierungen bei allen Energien sind, wird der reduzierte Chi-Quadrat-Wert χ^2_{ν} betrachtet [19]:

$$\chi_{\nu}^{2} = \frac{1}{n-p} \sum_{i} \frac{(y_{i} - f_{i})^{2}}{\sigma_{i}^{2}}.$$
 (6.13)

Hier bezeichnet n die Anzahl der Datenpunkte, p die Anzahl der freien Parameter und n-p somit die Anzahl der Freiheitsgrade. Zur Berechnung von χ^2_{ν} wird über alle Datenpunkte summiert. y_i ist der y-Wert des i-ten Datenpunkts, f_i der vom Modell berechnete y-Wert und σ_i die Unsicherheit des i-ten Datenpunktes. Bei $\chi^2_{\nu} \approx 1$ beschreibt das Modell die Daten gut. Im Fall von $\chi^2_{\nu} \gg 1$ sind die Abweichungen vom

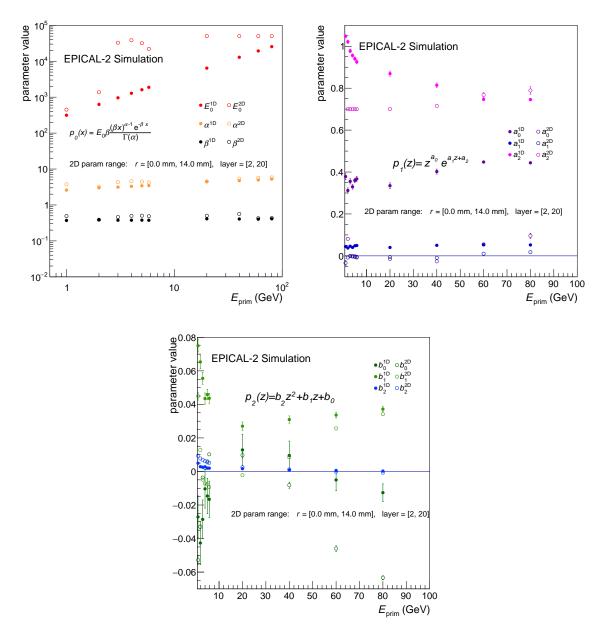


Abbildung 6.9: Energieabhängigkeit der Parameter der zweidimensionalen Parametrisierungen im Vergleich zu den sekundären Parametern der eindimensionalen Parametrisierungen.

Modell zu den Daten groß, das Modell ist also nicht gut. Bei $\chi^2_{\nu}\ll 1$ ist das Modell überangepasst, die Anzahl der Datenpunkte ist zu klein, oder die Unsicherheiten werden überschätzt.

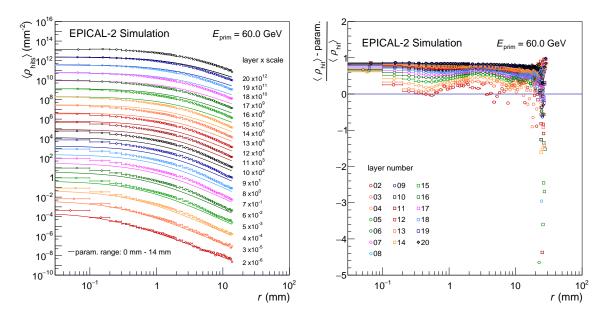


Abbildung 6.10: Eindimensionale Projektionen der zweidimensionalen Hitdichte Verteilung mit Parametrisierung (links) und die relative Abweichung der Parametrisierung von der Verteilung (rechts) bei $E_{\text{prim}} = 60 \,\text{GeV}$.

In Abbildung 6.8 sind die reduzierten Chi-Quadrat-Werte der zweidimensionalen Parametrisierung in Abhängigkeit von E_{prim} dargestellt. Bei keiner Energie gilt $\chi^2_{\nu} \approx 1$. Bei kleinen Energien tritt der Fall $\chi^2_{\nu} \ll 1$ auf und bei großen Energien der Fall $\chi^2_{\nu} \gg 1$. Das bedeutet, dass die Funktion g(r,z) das zweidimensionale Schauerprofil nicht gut beschreibt. Eine mögliche Erklärung ist, dass sich Abweichungen der eindimensionalen Parametrisierung des lateralen Profils in Abschnitt 6.1.2 in den Parametrisierungen der primären Parameter p_i fortpflanzen und verstärken.

Eine weitere Möglichkeit zu überprüfen, wie gut die Parametrisierung funktioniert, ist die Energieabhängigkeit der Parameter zu betrachten und mit dem eindimensionalen Fall zu vergleichen. In Abbildung 6.9 sind die neun freien Parameter der Funktion g(r,z) und die sekundären Parameter der eindimensionalen Parametrisierungen dargestellt. Lediglich die Parameter α und β stimmen in beiden Fällen ungefähr überein. Die weiteren Parameter unterscheiden sich deutlich im ein- und zweidimensionalen Fall. Die Parameter werden nicht so angepasst wie erwartet und es ist in diesem Modell nicht möglich physikalische Informationen wie $E_{\rm prim}$ allein anhand der Parameter zu extrahieren.

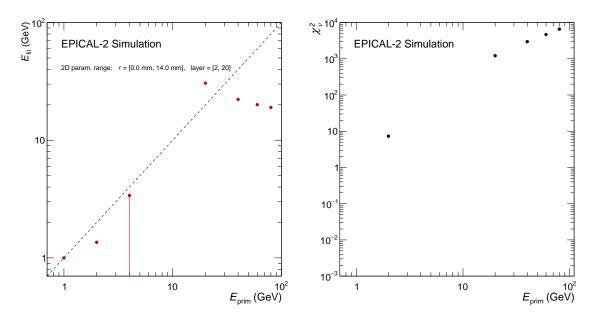


Abbildung 6.11: Energievorhersagen E_{fit} der zweidimensionalen Parametrisierungen (links) und die zugehörigen reduzierten Chi-Quadrat-Werte.

Ein zweiter Ansatz, das zweidimensionale Schauerprofil zu beschreiben, ist die Funktionen in Tabelle 6.1, die die Energieabhängigkeit der sekundären Parameter beschreiben, zu verwenden und in die Funktionen $p_i(z)$ in Gleichung 6.12 einzusetzen. Die neue Funktion $g_2(r,z)$ besitzt 32 feste Parameter, die in Tabelle A.1 aufgelistet sind. Der einzige freie Parameter ist die Energie $E_{\rm fit}$.

In Abbildung 6.10 ist das zweidimensionale Schauerprofil und die Parametrisierung mit $g_2(r,z)$ bei $E_{\rm prim}=60\,{\rm GeV}$ als eindimensionale Projektionen sowie die Abweichung der Parametrisierung zum zweidimensionalen Profil dargestellt. Die relative Abweichung der Parametrisierung zum zweidimensionalen Schauerprofil beträgt in einigen Lagen mehr als 80 %.

In Abbildung 6.11 ist der freie Parameter $E_{\rm fit}$ und der reduzierte Chi-Quadrat-Wert der Parametrisierungen in Abhängigkeit von $E_{\rm prim}$ dargestellt. Der zweite Versuch, die zweidimensionalen Schauerprofile zu parametrisieren, schlägt fehl, denn die Energievorhersage $E_{\rm fit}$ stimmt lediglich bei $E_{\rm prim}=1\,{\rm GeV}$ mit der tatsächlichen Energie im

Rahmen der Unsicherheiten überein. Allerdings ist das χ^2_{ν} bei $E_{\rm prim}=1\,{\rm GeV}$ größer als 10^8 und somit größer als das maximale dargestellte χ^2_{ν} . Außer für $E_{\rm prim}=2\,{\rm GeV}$ gilt $\chi^2_{\nu}>1000$, was bedeutet, dass die Funktion die Verteilung nicht beschreibt.

Das longitudinale Profil wird gut durch Gleichung 6.1 mit nur drei freien Parametern beschrieben und der Parameter E_0 kann zur Bestimmung der Energie verwendet werden. Bei der Parametrisierung der lateralen Profile treten größere Abweichung zwischen den Datenpunkten und der Funktion 6.4 auf. Der Versuch diese Funktion auf zwei Dimensionen zu erweitern, um das zweidimensionale Profil zu beschreiben, schlägt fehl. Eine Beschränkung der Parameter bei den zweidimensionalen Parametrisierungen führt zu keiner Verbesserung, da die Parameter die gewählten Limits erreichen und die Funktion nicht weiter angepasst wird. Die Anzahl der Parameter im eindimensionalen Fall ist gut, aber in der Erweiterung auf zwei Dimensionen ist die Anzahl der Parameter vermutlich zu groß. Eine Möglichkeit zur Optimierung ist eine andere Funktion zu finden, die die lateralen Profile bei allen Radien besser beschreibt. Wie in [18] gezeigt, ist es jedoch schwierig, eine solche Funktion zu finden. Für den eindimensionalen Fall werden die lateralen Profile dennoch gut beschrieben und eine Abschätzung der Energieverlusteffekte ist möglich. Außerdem können mithilfe der primären Parameter Aussagen über die charakteristische Form der Hitdichte-Verteilungen getroffen werden: Die Amplitude verhält sich wie das longitudinale Profil, die Breite des inneren Kerns nimmt bei tieferen Lagen ab und die Steigung bei großen Radien ist im Bereich des Schauermaximums am größten. Der Einsatz von Machine Learning stellt eine vielversprechende Alternative dar, um mit zweidimensionalen Profilen die Energie des Schauers zu bestimmen. Machine Learning ist gut darin, Muster zu erkennen, hat aber den Nachteil, dass nicht exakt nachvollziehbar ist, wie das Ergebnis zustande kommt. Erste Anwendungen von Machine Learning auf Simulationsdaten des EPICAL-2 wurden in [20] präsentiert.

7 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit werden Studien zum Antwortverhalten des digitalen Kalorimeters EPICAL-2 in Simulationen präsentiert.

Die Linearität und Energieauflösung verschiedener Energie-Proxies werden verglichen. Die mittlere Anzahl der Elektronen und Positronen weist die beste Linearität in Abhängigkeit von der Energie auf, während die mittlere Anzahl der Hits und Cluster stärker von einem linearen Anstieg abweicht. Diese Abweichungen können mit Cluster-Merging und Saturationseffekten erläutert werden. Die Energieauflösung der Elektronen und Positronen ist bei allen Energien am besten im Vergleich zu den Hits und Clustern, bei hohen Energien nähert sich die Energieauflösung der Cluster jedoch der Energieauflösung der Elektronen und Positronen an. Während die Hits eine bessere Linearität aufweisen und bei hohen Energien die Anzahl der Hits stärker mit der Anzahl der Elektronen und Positronen korreliert, wird mit den Clustern eine bessere Energieauflösung erreicht und die Anzahl der Cluster korreliert bei kleinen Energien stärker mit der Anzahl der Elektronen und Positronen.

Die Simulation wird verwendet, um die Zusammensetzung und Form elektromagnetischer Schauer im EPICAL-2 zu untersuchen. Etwa 90 % der Teilchen, die auftreten, sind Photonen, welche keine Pixelhits im EPICAL-2 erzeugen. Die meisten Photonen werden durch Bremsstrahlung produziert und die meisten Elektronen durch Paarerzeugung. Die Elektronen, die in anderen Prozessen produziert werden, erzeugen ebenfalls Pixelhits, haben im Mittel aber eine kleine kinetische Energie und tragen nicht zur Schauerentwicklung bei. Die longitudinalen Schauerprofile werden präsentiert. Cluster-Merging wird anhand der Differenz zwischen der mittleren Anzahl der Cluster und der mittleren Anzahl der Elektronen und Positronen vor dem Schauermaximum sichtbar. Mit den lateralen Profilen kann neben Cluster-Merging auch Saturation bei kleinen Radien sichtbar gemacht werden. Die Korrelation der Hitdichte zur Elektron-Positron-Dichte wird gezeigt. Für Elektron-Positron-Dichten oberhalb von 100 mm⁻² tritt Saturation auf und wird mit zunehmender Elektron-Positron-Dichte verstärkt.

Zur Bestimmung eines analytischen Modells, das mittlere Schauerprofile beschreibt, werden die eindimensionalen Schauerprofile mit empirischen Formeln parametrisiert. Die Parameter dieser Formeln hängen von der Lage und des Radius ab. Durch Parametrisierungen der Parameter kann eine zweidimensionale Formel für die Parametrisierung des zweidimensionalen Profils gewonnen werden. Es wird eine Abschätzung der Energieverlusteffekte mithilfe der eindimensionalen Parametrisierungen präsentiert. Die lateralen Profile werden gut von der entsprechenden Formel beschrieben und die Abschätzung der longitudinalen Verluste stimmt mit den tatsächlichen Verlusten gut überein.

Bei der Parametrisierung des zweidimensionalen mittleren Schauerprofils treten große Abweichungen zwischen der Funktion und den Datenpunkten auf und es liegt nicht die klare Energieabhängigkeit der Parameter wie im eindimensionalen Fall vor.

Mithilfe der Teilcheninformation können Effekte wie Saturation und Cluster-Merging dargestellt werden. In zukünftigen Analysen könnte die Anzahl der Hits und Cluster korrigiert werden, um die Linearität zu verbessern. Mithilfe der longitudinalen Profile könnte die Anzahl der Cluster präzise korrigiert werden. Die Korrelation der Hitdichte zur Elektron-Positron-Dichte könnte eine Korrektur der Hitdichte ermöglichen.

Um ein analytisches Modell zur Beschreibung des Schauerprofils zu finden, muss die Parametrisierung der lateralen Profile optimiert werden. Die in dieser Arbeit verwendete Funktion beschreibt die lateralen Profile mit nur wenigen Parametern, allerdings reicht die Präzision nicht aus, um die Funktion um eine Dimension zu erweitern. Ein möglicher Ansatz ist, die Parametrisierung des longitudinalen Profils statt des lateralen Profils um eine Dimension zu erweitern. Außerdem kann Machine Learning verwendet werden, um mithilfe der Schauerprofile die Energie der Schauer zu ermitteln.

A Anhang

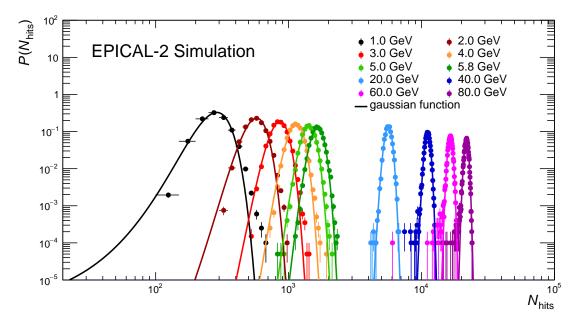


Abbildung A.1: Relative Häufigkeit P der Anzahl $N_{\rm hits}$ der Pixeltreffer für verschiedene primäre kinetische Energien und Parametrisierungen der Verteilungen mit Gauß-Funktionen.

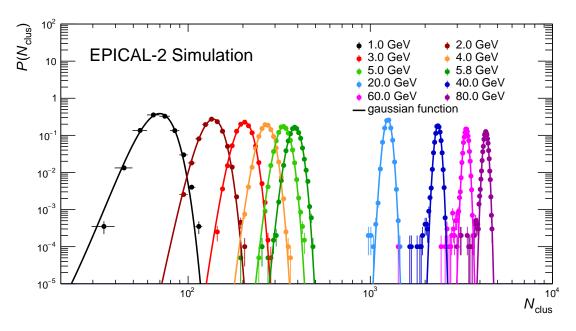


Abbildung A.2: Relative Häufigkeit P der Anzahl $N_{\rm clus}$ der Cluster für verschiedene primäre kinetische Energien und Parametrisierungen der Verteilungen mit Gauß-Funktionen.

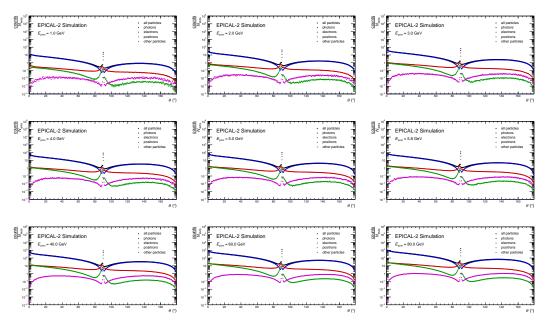


Abbildung A.3: Häufigkeitsverteilung der Winkel θ der Schauerteilchen für verschiedene primäre kinetische Energien E_{prim} .

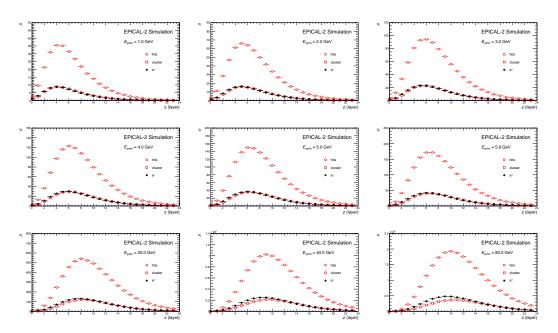


Abbildung A.4: Longitudinale Profile der Energie-Proxies für verschiedene primäre kinetische Energien $E_{\rm prim}.$

Primärer Param.	Sekundärer Param.	Name	Wert	Unsicherheit
p_0	E_0	k_0	318.05	0.91
		k_1	1.003	0.001
	α	l_0	0.081	0.014
		l_1	0.095	0.015
		l_2	0.288	0.014
		l_3	-21.56	2.33
	β	m_0	0.54	0.13
		m_1	4.39	0.95
		m_2	6.62	0.71
p_1	a_0	n_0	0.3555	0.0076
		n_1	-0.0026	0.0015
		n_2	0.000138	0.000041
		n_3	-1.14×10^{-6}	0.31×10^{-6}
	a_1	o_0	0.0453	0.0014
		o_1	-0.00026	0.00024
		o_2	0.000013	0.000007
		03	-1.1×10^{-7}	0.54×10^{-7}
	a_2	q_0	21828.7	9.3
		q_1	775.391	0.334
		q_2	-27.1004	0.0119
p_2	b_0	r_0	-0.0357	0.0069
		r_1	0.00407	0.00114
		r_2	-0.97×10^{-4}	0.34×10^{-4}
		r_3	6.2×10^{-7}	2.6×10^{-7}
	b_1	s_0	0.164	0.080
		s_1	0.604	0.170
		s_2	1.16	1.11
		s_3	0.000339	0.000049
	b_2	t_0	0.0002	0.0016
		t_1	0.007	0.068
		t_2	-0.98	0.21
		t_3	-0.00266	0.00047

 ${\bf Tabelle~A.1:}~{\bf Werte~der~terti\"{a}ren~Parameter~der~Parametrisierung~des~lateralen~Profils.$

Quellenverzeichnis

- [1] Letter of Intent: A Forward Calorimeter (FoCal) in the ALICE experiment. Technical report, CERN, Geneva, 2020.
- [2] J. Alme et al. A high-granularity digital tracking calorimeter optimized for proton ct. Frontiers in Physics, 8, 2020.
- [3] H. Kolanoski und N. Wermes. Teilchendetektoren. Springer-Verlag, 2016.
- [4] P. S. Roldan. Quality control and preparation of the PWO crystals for the electromagnetic calorimeter of CMS. PhD thesis, Santiago de Compostela U., 2011.
- [5] R. L. Workman et al. Review of Particle Physics. PTEP, 2022:083C01, 2022.
- [6] W. Heitler. The quantum theory of radiation, volume 5 of International Series of Monographs on Physics. Oxford University Press, Oxford, 1936.
- [7] V. Raskina and F. Křížek. Characterization of Highly Irradiated ALPIDE Silicon Sensors. *Universe*, 5:91, 04 2019.
- [8] N. Apadula et al. Monolithic Active Pixel Sensors on CMOS technologies. In *Snowmass 2021*, 3 2022.
- [9] M. Deveaux et al. Neutron radiation hardness of monolithic active pixel sensors for charged particle tracking. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 512(1):71–76, 2003.
- [10] ALICE Collaboration. Technical Design Report for the Upgrade of the ALICE Inner Tracking System. Technical report, 2014.
- [11] J. Alme et al. Performance of the electromagnetic pixel calorimeter prototype Epical-2. *Journal of Instrumentation*, 18(01):P01038, jan 2023.

- [12] T. S. Rogoschinski. Performance of the Electromagnetic Pixel Calorimeter EPICAL-2 and Soft-Photon Background Studies in ALICE 3. Phd thesis, Goethe Universität Frankfurt, 2023.
- [13] S. Spannagel et al. Allpix2: A modular simulation framework for silicon detectors.

 Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators,

 Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 901:164–172, 2018.
- [14] J. Keul. Performance Studies of the Digital Pixel Calorimeter Prototype EPICAL-2. Masterarbeit, Goethe Universität Frankfurt, 2024.
- [15] J. Hasenbichler. Development of Novel Pixel CMOS Sensors Optimised for Time Resolution. PhD thesis, Vienna University of Technology, 2021.
- [16] J. Schöngarth. Simulation der Detektorantwort von MAPS auf einzelne Schauerteilchen. Bachelorarbeit, Goethe Universität Frankfurt, 2022.
- [17] Wikipedia contributors. Pearson correlation coefficient Wikipedia, the free encyclopedia, 2024. [Online; accessed 31-May-2024].
- [18] C. Zhang. Measurements with a high-granularity digital electromagnetic calorimeter. PhD thesis, Utrecht U., 2017.
- [19] Wikipedia contributors. Reduced chi-squared statistic Wikipedia, the free encyclopedia, 2024. [Online; accessed 21-July-2024].
- [20] J. Scharf. EPICAL-2 particle shower analysis with neural networks. Bachelorarbeit, Goethe Universität Frankfurt, 2023.

Danksagung

Zunächst möchte ich mich bei Prof. Dr. Henner Büsching für die Möglichkeit bedanken, meine Bachelorarbeit und Masterarbeit im Rahmen des EPICAL-2-Projektes zu schreiben und somit an einem aktuellen Thema mitzuwirken und Teil eines internationalen Teams zu sein. Seine Unterstützung, sein Feedback zur Arbeit und seine Ratschläge waren sehr wertvoll und haben mich insgesamt bereichert.

Ich möchte mich auch bei Prof. Dr. Thomas Peitzmann und Prof. Dr. Nigel Watson für das viele Feedback und die Ideen bedanken.

Bei Tim Rogoschinski möchte ich mich für die Betreuung und die Unterstützung seit Beginn der Bachelorarbeit bedanken.

Vielen Dank auch an alle in der Arbeitsgruppe, die mir in Meetings oder Gesprächen mit technischer Unterstützung, neuen Ideen oder schlauen Fragen geholfen haben und mit denen ich bei Freizeitveranstaltungen viel Spaß hatte.

Ohne die Unterstützung meiner Eltern wäre das alles nicht möglich gewesen, deswegen möchte ich mich für die Geduld und das Vertrauen, dass ich das Studium schaffen kann, bedanken.

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die Arbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer
als der angegebenen Quellen und Hilfsmittel verfasst habe. Alle Stellen der Arbeit,
die wörtlich oder sinngemäß aus Veröffentlichungen oder aus anderen fremden Texten
entnommen wurden, sind von mir als solche kenntlich gemacht worden. Ferner erkläre
ich, dass die Arbeit nicht - auch nicht auszugsweise - für eine andere Prüfung verwen-
det wurde.
Ort, Datum Unterschrift